

КРАТКОЕ РУКОВОДСТВО
АРИΘΜΕΤΙΚΗ

И
СБОРНИКЪ
АРИΘΜΕΤИЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ
ДЛЯ
НАЧАЛЬНАГО ПРЕПОДАВАНІЯ
составилъ
Л. ФИШМАНЪ.

Часть III.

(Четыре дѣйствія съ обыкновенными дробями.)

2-ое ИЗДАНІЕ,

въ болѣе своей части дополненное подъ редакціей В. Я. ПОПОВА.

Первое изданіе было одобрено Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія въ качествѣ пособия для младш. клас. среднихъ учебныхъ заведеній, а также въ качествѣ руководства для всѣхъ низшихъ учебныхъ заведеній.

РИГА,
Изданіе К. Я. Зихмана.
1894.



КРАТКОЕ РУКОВОДСТВО АРИΘΜΕΤΙΚΗ

и

СБОРНИКЪ АРИΘΜΕΤИЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ

для

НАЧАЛЬНАГО ПРЕПОДАВАНІЯ

составилъ

Л. ФИШМАНЪ.

Часть III.

(Четыре дѣйствія еъ обыкновенными дробями.)

2-ое ИЗДАНИЕ

въ большей своей части дополненное подъ редакціей В. Я. ПОПОВА.

Первое изданіе было одобрено Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія въ качествѣ пособия для младш. клас. среднихъ учебныхъ заведеній, а также въ качествѣ руководства для всѣхъ низшихъ учебныхъ заведеній.

Цѣна 25 коп.

РИГА,
Изданіе К. Я. Зихмана.
1894.

Дозволено цензурою. — Рига, 29 Апрель 1894 г.

Предисловіе.

Теоретическая часть руководства, при настоящем второмъ его изданіи, значительно противъ перваго изданія пополнена и измѣнена и заключаетъ въ себѣ все существенно-необходимое для того, чтобы учащійся производилъ ариѳметическія вычисленія не механически, а сознательно, и чтобы изученіе ариѳметики должнымъ образомъ способствовало развитію его мышленія.

Двумя звѣздочками (**), поставленными въ началѣ и въ концѣ отдѣла, отмѣчены тѣ отдѣлы, которые въ низшихъ училищахъ по усмотрѣнію учителя могутъ быть выпущены.

І. О дѣлимости чиселъ.

§ 1.

Числа первоначальныя, составныя и кратныя.

Всякое цѣлое число можетъ быть составлено изъ единицы чрезъ повтореніе ея нѣсколько разъ. Если же какое-нибудь цѣлое число можетъ быть составлено изъ какого-нибудь другого цѣлаго числа, кромѣ единицы, также чрезъ повтореніе его нѣсколько разъ, то такое число называется *составнымъ* и *кратнымъ**) тому числу, изъ котораго оно можетъ быть такъ составлено. Въ отличіе отъ такихъ составныхъ чиселъ тѣ числа, которыя могутъ быть составлены только чрезъ повтореніе единицы нѣсколько разъ или самаго числа одинъ разъ и не могутъ быть составлены изъ какихъ-либо другихъ цѣлыхъ чиселъ, называются числами *простыми* или *первоначальными*. Такъ, напримеръ, число 7 можетъ быть составлено только изъ единицы чрезъ повтореніе ея 7 разъ, число же 6, кромѣ того, что можетъ быть также составлено изъ единицы повтореніемъ ея 6 разъ, можетъ быть составлено также изъ числа 2 чрезъ повтореніе его 3 раза и изъ числа 3 повтореніемъ его 2 раза. Поэтому число 7 есть число простое или первоначальное, а 6 число составное и кратное 2 и 3. Изъ сказаннаго о составномъ числѣ очевидно, что всякое составное число можетъ быть представлено въ видѣ произведенія нѣ котораго цѣлаго числа, неравнаго единицѣ, а именно того, изъ котораго оно можетъ быть составлено, на число, равное столькомъ единицамъ, сколько разъ первое число нужно повторить, чтобы составить разсматриваемое составное число. Такъ, 6 можно представить въ видѣ 2×3 , потому что оно получается чрезъ повтореніе 2 три раза; точно также $10 = 2 \times 5$; $15 = 3 \times 5$ и т. д.

Изъ этого и изъ того, что уже извѣстно о дѣленіи (§§ 14 и 17, часть I), слѣдуетъ, что составныя числа дѣлятся нацѣло (безъ остатка)

*) Слово „кратный“ происходитъ отъ вышедшаго изъ употребленія русскаго слова *кратъ*, что значить разъ. Отсюда кратный значить получаемый изъ какого-либо другого числа повтореніемъ его нѣсколько разъ.

на другія неравные имъ и единицѣ числа, числа же первоначальныя или простыя на другія неравные имъ или единицѣ числа не дѣлятся. Въ самомъ дѣлѣ, если $15 = 3 \times 5$, то очевидно, что 15 дѣлится нацѣло на 3 и даётъ въ частномъ 5 и дѣлится на 5 и даётъ въ частномъ 3; также $56 = 7 \times 8$, значить оно дѣлится на 7 и на 8 и т. д., число же простое 13, какъ равное только 1×13 , ни на какое цѣлое число кромѣ 1 и 13 дѣлиться не можетъ. Въ видѣ этого, простое или первоначальное число часто опредѣляютъ какъ такое, которое дѣлится нацѣло только на единицу и на самого себя, на другія же числа безъ остатка не дѣлится, а составное, какъ такое, которое дѣлится нацѣло на какое-либо другое число, неравное единицѣ, а числомъ кратнымъ другого числа называютъ такое число, которое дѣлится на это другое число нацѣло. Такъ, 12 число составное, потому что дѣлится на другія числа кромѣ 1, и оно кратное 2, потому что дѣлится на 2, также 3, потому что дѣлится на 3 и т. д.

Числа кратныя 2, т. е. которыя могутъ быть составлены изъ 2 и, слѣдовательно, дѣлятся на 2 нацѣло, носятъ особое названіе, они называются числами *чѣтными* *). Числа, на которыя данное число дѣлится нацѣло, называются его *дѣлителями* или *множителями*. Такъ, 24 дѣлится нацѣло на 2, на 3, на 4, поэтому 2, 3, 4 суть дѣлители или множители числа 24. Числа, кратныя одному и тому же числу или, что все равно, такія, которыя дѣлятся нацѣло на одно и тоже число, неравное единицѣ, называются числами *взаимно-сложными* или *взаимно непростыми*, числа же, которыя не дѣлятся на какое нибудь одно и тоже число, неравное единицѣ, называются числами *взаимно-простыми*. Напримѣръ, числа 28 и 16, оба кратныя 4, суть числа взаимно непростыя, числа 90, 36 и 15, кратныя 3, тоже взаимно непростыя, а числа 16 и 19, для которыхъ нельзя подыскать такого цѣлаго числа, неравнаго единицѣ, на которое бы оба они дѣлились нацѣло, суть числа взаимно-простыя. Также взаимно простыя числа 18, 17 и 25; 36, 65 и 15, потому что какъ для первыхъ трехъ, такъ и для послѣднихъ нельзя найти такого числа, на которое бы они дѣлились нацѣло все три. Легко понять, что все первоначальныя числа суть числа и взаимно-простыя.

Тѣ числа, на которыя все данныя взаимно непростыя числа дѣлятся нацѣло, называются *общими дѣлителями* этихъ взаимно непростыхъ чиселъ. Такъ, напримѣръ, для чиселъ 24, 36 и 60, которыя все дѣлятся на 2, 3, 6, послѣднія числа, т. е. 2, 3 и 6 называются общими дѣлителями.

1) Указать въ рядѣ чиселъ отъ 1 до 20:

- а) все первоначальныя числа,
- б) все составныя и показать, на какія первоначальныя они дѣлятся или какимъ первоначальнымъ числамъ они кратны.

*) Чѣтныи происходитъ отъ рѣдко употребляемаго теперь русскаго слова *чета*, что значить пара или двойка.

- 2) Сдѣлать то же съ числами отъ 20—40.
 3) " " " " " " 40—60.
 4) " " " " " " 60—80.
 5) " " " " " " 80—100.

Показать, какія изъ слѣдующихъ чиселъ

- а) первоначальныя,
 б) взаимнопростыя,
 в) взаимнонепростыя.

- 6) 2, 7, 8, 12, 13, 19, 23, 25, 27, 29, 31, 36.
 7) 14, 15, 17, 21, 27, 28, 31, 39, 43, 47, 49, 51.
 8) 37, 39, 41, 45, 49, 51, 57, 59, 61, 63, 67, 69.
 9) 49, 51, 53, 57, 61, 67, 69, 71, 73, 75, 76, 79.
 10) 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 86, 87, 89, 91.
 11) 79, 83, 85, 87, 88, 89, 91, 93, 97, 95, 97, 99.
 12) 13, 17, 23, 27, 37, 39, 43, 45, 51, 57, 67, 69.
 13) 71, 81, 87, 88, 89, 91, 77, 33, 51, 57, 95, 97.

§ 2.

Признаки дѣлимости чиселъ и истины, на которыхъ они основываются.

При арифметическихъ вычисленіяхъ, часто бываетъ надобность узнать, первоначальное-ли данное число или оно составное и, если составное, то какимъ числамъ оно кратное. Для того чтобы попробовать дѣлить данное число, часто весьма большіе, на различные числа, требуется много времени, поэтому стараются узнать, дѣлится ли данное число на то или другое число нацѣло, не производя дѣленія на самомъ дѣлѣ. То, почему узнать, дѣлится-ли нацѣло данное число на какое-либо другое данное число, не производя полнаго дѣленія перваго числа на второе, называется признакомъ дѣлимости на это послѣднее число. Такъ, существуютъ признаки дѣлимости на 4, на 5, на 9 и т. д.

При отысканіи всѣхъ признаковъ дѣлимости, пользуются слѣдующими общими положеніями.

1) Если какое-нибудь данное число представляется въ видѣ суммы нѣсколькихъ слагаемыхъ, и если сумма остатковъ, полученныхъ отъ дѣленія каждымъ изъ этихъ слагаемыхъ на какое-нибудь другое число, — причѣмъ слагаемая, меньшія дѣлителя, считаются также за остатки, — дѣлится*) на это же другое число, то и все данное число дѣлится на это другое число, если же сумма сказанныхъ остатковъ на это число не дѣлится, то и все данное число на него раздѣлится не можетъ.

*) Здѣсь и далѣе, когда говорятъ, что число дѣлится на другое, разумѣется, что число дѣлится нацѣло.

Напримѣръ, 385 можно разсматривать какъ сумму чиселъ 300, 50 и 35; при дѣленіи слагаемыхъ 300, 50 и 35 на 9, получаются соответственно остатки 3, 5 и 8; если-бы сумма этихъ остатковъ — 16 дѣлилась на 9, то и все число 385 дѣлилось-бы на 9, а такъ какъ 16 не дѣлится на 9, то и все число 385 не дѣлится на 9.

Справедливость этого положенія обнаруживается изъ слѣдующаго. Чтобы раздѣлить сумму на какое нибудь число равныхъ частей, не соединяя до этого дѣленія всѣ ея слагаемыя вмѣстѣ, мы можемъ поступить слѣдующимъ образомъ. Будемъ дѣлить сначала на данное число частей одно изъ слагаемыхъ и оставшіяся послѣ этого дѣленія единицы отложимъ, также поступимъ съ другимъ слагаемымъ и со всѣми остальными. Послѣ этого сложимъ вмѣстѣ всѣ оставшіяся не раздѣленными, при дѣленіи отдѣльныхъ слагаемыхъ, единицы и сумму ихъ опять дѣлимъ на то же число частей. Когда эта послѣдняя сумма на данное число частей раздѣлится поровну, очевидно будетъ раздѣлено на данное число частей и все данное число, если же сумма оставшихся единицъ на данное число равныхъ частей не раздѣлится, не раздѣлится, очевидно, и все данное число.

2) *Если какое-нибудь данное число представляется въ видѣ суммы нѣсколькихъ слагаемыхъ, и каждое изъ этихъ слагаемыхъ дѣлится на какое-либо другое число, то и вся сумма, представляющая данное число, раздѣлится на это другое число, если же всѣ сказанныя слагаемыя, кромѣ одного, дѣлятся, а одно не дѣлится на это число, то и все данное число не дѣлится.*

Напримѣръ, 455 представляется какъ сумма чиселъ 400, 40 и 15; если-бы каждое изъ этихъ слагаемыхъ чиселъ дѣлилось на 4, то и вся сумма 455 дѣлилась бы на это число, но такъ какъ 400 и 40 дѣлятся на 4, а 15 не дѣлится, то и вся сумма 455 на 4 раздѣлиться не можетъ.

Это положеніе получается какъ слѣдствіе изъ предыдущаго положенія 1-го. Въ самомъ дѣлѣ, если каждое слагаемое суммы дѣлится на какое-нибудь число, то сумма остатковъ, полученныхъ отъ дѣленія на это число каждаго изъ слагаемыхъ, равна нулю, а это значить, что послѣ дѣленія отдѣльно каждаго изъ слагаемыхъ суммы на данное число равныхъ частей, не раздѣленныхъ на эти части единицъ совершенно не осталось, слѣдовательно вся сумма раздѣлилась. Если же всѣ слагаемыя данной суммы, кромѣ одного, дѣлятся на какое-нибудь число, то сумма остатковъ будетъ состоять только изъ остатка, полученнаго отъ дѣленія этого одного недѣлящагося нацѣло на сказанное число слагаемаго. Такъ какъ этотъ послѣдній остатокъ не можетъ ни равняться нулю, ни дѣлиться на сказанное число, потому что иначе всѣ слагаемыя суммы дѣлились бы, а этого мы не предполагаемъ, то очевидно, что сумма остатковъ, полученныхъ отъ дѣленія каждаго изъ слагаемыхъ, въ этомъ случаѣ также не можетъ ни равняться нулю, ни дѣлиться на сказанное число, а, слѣдовательно, и все число, по положенію 1-му, не дѣлится.

3) Если какое-нибудь число дѣлится отдѣльно на каждое изъ двухъ какихъ-либо взаимно простыхъ чиселъ, то оно дѣлится и на ихъ произведеніе.

Напримѣръ, если какое-нибудь число дѣлится на 3 и на 2, то оно дѣлится и на ихъ произведеніе, т. е. на 6; если дѣлится на 3 и на 4, то дѣлится и на произведеніе ихъ 12 и т. д.

Положеніе это, справедливое для какихъ угодно двухъ взаимно простыхъ чиселъ, въ элементарныхъ курсахъ легко доказывается только отдѣльно для каждой пары взаимно простыхъ чиселъ, вообще же для какихъ угодно двухъ взаимно простыхъ чиселъ доказательство его сложно и по этому здѣсь не приводится. Для нѣкоторыхъ же паръ данныхъ взаимно простыхъ чиселъ оно будетъ показано далѣе, при изложеніи признаковъ дѣлимости чиселъ на отдѣльные числа.*)

Изложенныя три положенія даютъ возможность, при опредѣленіи, дѣлится ли данное число на какое-нибудь другое число, разсматривать не все данное число, а только такую его часть, дѣлимость которой на это число въ большей части случаевъ опредѣляется весьма легко. Какую часть числа слѣдуетъ изслѣдовать, при опредѣленіи дѣлимости его на то или другое число, и указываютъ далѣе изложенные признаки дѣлимости на эти числа.

§ 3.

Признаки дѣлимости чиселъ на 10, на 2, на 5, на 100, на 4, на 25, на 1000 и на 8.

Если число дѣлится на 10, то, какъ извѣстно уже, оно равняется произведенію этого числа, т. е. 10, на какое-нибудь цѣлое число и, значить, состоятъ изъ цѣлаго числа десятковъ. Принимая во вниманіе это и то, что, при обозначеніи цифрами такихъ чиселъ, которыя состоятъ только изъ цѣлыхъ десятковъ, а единицъ, не входящихъ въ составъ цѣлыхъ десятковъ, не имѣютъ, на первомъ мѣстѣ справа ставять (0) нуль, для дѣлимости числа на 10 находимъ слѣдующій признакъ.

Данное число дѣлится на 10 только тогда, когда оно состоитъ изъ цѣлаго числа десятковъ и кромѣ единицъ, составляющихъ цѣлыя десятки, другихъ единицъ не имѣетъ, а въ цифровомъ своемъ обозначеніи, слѣдовательно, на первомъ мѣстѣ справа имѣетъ нуль.

*) Прослѣдя внимательно, какъ это положеніе доказывается для какой-либо пары данныхъ взаимно простыхъ чиселъ, всякій можетъ самъ легко составить по этому примѣру доказательство для всякой другой данной пары взаимно простыхъ чиселъ. Это послѣднее обстоятельство главнымъ образомъ и избавляетъ отъ необходимости излагать сложное доказательство 3-го положенія въ томъ общемъ видѣ, въ какомъ это положеніе сказано здѣсь.

Число $10 = 2 \times 5$, слѣдовательно 10 дѣлится на 2 и на 5; поѣтому очевидно и два десятка, и три десятка, и всякое цѣлое число десятковъ тоже дѣлится на 2 и на 5. Слѣдовательно, всякое число, состоящее только изъ цѣлаго числа десятковъ, дѣлится на 2 и на 5. Если же число, кромѣ цѣлаго числа десятковъ, будетъ заключать въ себѣ ещё нѣсколько единицъ, не составляющихъ цѣлаго десятка, то его можно разсматривать какъ сумму двухъ слагаемыхъ, изъ которыхъ одно будетъ состоять только изъ цѣлаго числа десятковъ, а другое изъ единицъ, не составляющихъ полнаго десятка. Напримѣръ, 2864 можно разсматривать какъ сумму чиселъ 2860 и 4. При такомъ представленіи чиселъ, первое слагаемое, состоящее изъ цѣлаго числа десятковъ, будетъ всегда дѣлиться на 2 и на 5, второе же не всегда. Принимая во вниманіе это и положеніе 2-е § 2, находимъ, что для опредѣленія, дѣлится-ли данное число на 2 или на 5, достаточно дѣлить на эти числа только единицы этого числа, не составляющія полнаго десятка. Если число этихъ единицъ дѣлится на 2 или на 5, то и все число дѣлится на эти числа, если же число единицъ на эти числа не дѣлится, то не дѣлится и все данное число. Такъ какъ число единицъ, меньшее десяти, дѣлится на 2, только когда оно чѣтное, а на 5, когда оно равно 5, то получаемъ слѣдующіе признаки дѣлимости на 2 и на 5.

Данное число дѣлится на 2 только тогда, когда оно состоитъ только изъ цѣлаго числа десятковъ, или сверхъ десятковъ имѣетъ чѣтное число единицъ, а, слѣдовательно, въ своемъ обозначеніи имѣетъ на первомъ мѣстѣ справа нуль или цифру, обозначающую чѣтное число.

Число дѣлится на 5 только тогда, когда оно состоитъ только изъ цѣлаго числа десятковъ или сверхъ десятковъ имѣетъ пять единицъ, а слѣдовательно, въ обозначеніи своемъ имѣетъ на первомъ мѣстѣ справа цифры 0 или 5.

Напримѣръ 270 и 374 дѣлятся на 2, а 375 не дѣлится; 680 и 735 дѣлятся на 5, а 384 не дѣлится.

Если число дѣлится на 100, то оно, какъ извѣстно уже, равняется произведенію этого числа на какое-либо цѣлое число и, значить, состоять изъ цѣлаго числа сотенъ. Принимая во вниманіе это и то, что при обозначеніи такихъ чиселъ, не содержащихъ въ себѣ единицъ сверхъ полныхъ сотенъ, на первыхъ двухъ мѣстахъ справа пишутъ нули, для дѣлимости чиселъ на 100, мы получаемъ слѣдующій признакъ.

Данное число дѣлится на 100 только тогда, когда оно состоитъ только изъ цѣлыхъ сотенъ и, слѣдовательно, въ цифровомъ обозначеніи своемъ на первыхъ двухъ мѣстахъ справа имѣетъ нули.

Число $100 = 4 \times 25$. По этому 100 дѣлится на 4 и на 25. Но если одна сотня дѣлится на 4 и на 25, то и двѣ сотни, три сотни и вообще какое угодно цѣлое число сотенъ дѣлится на 4 и на 25. Поѣтому, если какое-нибудь число состоитъ только изъ сотенъ, а единицъ, не составляющихъ полной сотни, не имѣетъ, то оно дѣлится

и на 4, и на 25. Если же данное число, сверх цѣлаго числа сотенъ, имѣетъ еще нѣсколько единицъ, не составляющихъ цѣлую сотню, то его можно разсматривать какъ сумму двухъ слагаемыхъ, изъ которыхъ одно будетъ состоять изъ цѣлаго числа сотенъ, а другое изъ десятковъ и единицъ, вмѣстѣ взятыхъ. Напримѣръ, 5645 можно разсматривать какъ сумму 5600 и 45. При такомъ представлении числа, первое слагаемое, состоящее изъ цѣлаго числа сотенъ, всегда будетъ дѣлиться на 5 и на 25, второе же не всегда. Принимая во вниманіе это и опять положеніе 2 § 2, находимъ, что для опредѣленія дѣлимости даннаго числа на 4 и на 25, достаточно опредѣлить только, дѣлится-ли на то или другое изъ этихъ чиселъ второе слагаемое этого числа, т. е. десятки и единицы, вмѣстѣ взятые. Если это 2-е слагаемое дѣлится на 4 или на 25, то и все данное число дѣлится соответственно на то или другое изъ этихъ чиселъ, если же оно не дѣлится, то не дѣлится и все данное число.

Отсюда слѣдуетъ такой признакъ дѣлимости.

Данное число дѣлится на 4 или на 25 только тогда, когда оно состоитъ или только изъ цѣлаго числа сотенъ, или сверхъ цѣлаго числа сотенъ имѣетъ число единицъ, дѣлящееся соответственно на 4 или на 25 и, слѣдовательно, въ своемъ обозначеніи на первыхъ двухъ мѣстахъ справа имѣетъ или нули или такія цифры, которыя, будучи написаны отдѣльно въ томъ же порядкѣ, обозначаютъ число, соответствующее дѣлящееся на 4 или на 25. Напримѣръ, число 4500 дѣлится на 4 и на 25, потому что имѣетъ въ своемъ обозначеніи первыя двѣ цифры справа нули, 36724 дѣлится на 4, потому что послѣднія двѣ цифры обозначаютъ число, дѣлящееся на 4, 3575 дѣлится на 25, потому что послѣднія двѣ цифры, отдѣльно взятые, обозначаютъ число 75, дѣлящееся на 25.

Если число дѣлится на 1000, то оно равняется произведенію этого числа на какое-либо цѣлое число и, слѣдовательно, состоитъ изъ цѣлаго числа тысячъ. Принимая во вниманіе это и то, что при обозначеніи чиселъ, состоящихъ изъ цѣлаго числа тысячъ и не содержащихъ въ себѣ сверхъ тысячъ единицъ трехъ низшихъ разрядовъ, на первыхъ трехъ мѣстахъ справа пишутъ нули, для дѣлимости чиселъ на 1000 получаемъ слѣдующій признакъ.

Данное число дѣлится на 1000 только тогда, когда оно состоитъ только изъ цѣлаго числа 1000 и, слѣдовательно, въ цифровомъ своемъ обозначеніи на первыхъ трехъ мѣстахъ справа имѣетъ нули.

Такъ какъ 100, при дѣленіи на 8, даетъ въ остаткѣ 4, то очевидно, что двѣ сотни и затѣмъ всякое чѣтное число сотенъ дѣлится на 8, всякое же нечѣтное число ихъ, при дѣленіи на 8, даетъ въ остаткѣ 4. Принимая во вниманіе это и представляя данное число какъ сумму двухъ слагаемыхъ, изъ которыхъ первое состоитъ изъ всѣхъ заключающихся въ данномъ числѣ сотенъ, а второе изъ десятковъ и единицъ, вмѣстѣ взятыхъ, входящихъ въ данное число сверхъ цѣлыхъ сотенъ,

напримѣръ, число 38568 какъ сумму 38500 и 68, по 1-му и 2-му положеніямъ § 2, для дѣлимости числа на 8, находимъ слѣдующій признакъ.

Данное число только тогда дѣлится на 8, когда оно имѣетъ или только четное число цѣлыхъ сотенъ, и сверхъ ихъ такое число десятковъ и единицъ, что вмѣстѣ взятые онѣ дѣлятся на 8, или нечетное число цѣлыхъ сотенъ и сверхъ ихъ такое число десятковъ и единицъ, что взятые вмѣстѣ онѣ, при дѣленіи на 8, даютъ въ остатокъ 4. Разсматривая цифровое обозначеніе числа, находимъ, что данное число только тогда дѣлится на 8, когда въ еѣ обозначеніи или на первыхъ трехъ справа мѣстахъ стоятъ нули, или на третьемъ мѣстѣ цифра, обозначающая четное число, а на первыхъ двухъ такія, которыя будучи написаны въ томъ же порядкѣ отдѣльно, обозначаютъ число, дѣлящееся на 8, или на третьемъ мѣстѣ стоитъ цифра, обозначающая нечетное число, а на первыхъ двухъ такія, которыя будучи написаны въ томъ же порядкѣ отдѣльно, обозначаютъ число, дающее, при дѣленіи на 8, остатокъ 4.

§ 4.

Признаки дѣлимости на 3, на 9 и на 11.

При дѣленіи 10 какъ на 3, такъ и на 9, въ остаткѣ получается 1. Но всякое число, состоящее изъ цѣлыхъ десятковъ, можно разсматривать какъ сумму, каждое слагаемое которой равно одному десятку. Такъ какъ дѣленіе суммы на какое-нибудь число, какъ объяснено выше, можно произвести, дѣля на то же число сначала отдѣльно каждое слагаемое, а потомъ сумму всѣхъ остатковъ, полученныхъ отъ дѣленія слагаемыхъ, то понятно, что отъ дѣленія на 3 или на 9 числа, состоящаго изъ нѣсколькихъ цѣлыхъ десятковъ, при такомъ способѣ дѣленія, въ суммѣ остатковъ получится столько единицъ, сколько въ немъ было цѣлыхъ десятковъ. Такъ, отъ дѣленія двухъ десятковъ получится двѣ единицы, отъ дѣленія пяти десятковъ пять единицъ и т. д. Такъ какъ отъ дѣленія 10 десятковъ на 3 или на 9, при томъ же способѣ дѣленія, въ суммѣ остатковъ получается 10 единицъ, или 1 десятокъ, а отъ дѣленія этого десятка на тоже число въ остаткѣ получается единица, то очевидно, что отъ дѣленія 1 сотни на 3 или на 9 получается единица. Изъ этого слѣдуетъ, что отъ дѣленія числа, состоящаго изъ нѣсколькихъ цѣлыхъ сотенъ, по отдѣльнымъ сотнямъ, въ суммѣ остатковъ получается столько опять единицъ, сколько въ числѣ этомъ заключается цѣлыхъ сотенъ. Такъ, отъ дѣленія на 3 или на 9 200 получается въ суммѣ остатковъ 2 единицы, отъ дѣленія 700 — 7 единицъ и т. д. Разсуждая подобнымъ образомъ далѣе о дѣленіи на числа 3 и 9 1000, 10000 и всѣхъ единицъ слѣдующихъ высшихъ разрядовъ, легко убѣдимся, что отъ дѣленія одной единицы какаго угодно высшаго разряда, начиная со II-го, на числа 3 и 9 въ остаткѣ всегда

получается одна же единица I-го разряда. Так как одна единица I-го разряда на числа 3 и 9 не дѣлится, то ее можно считать наравнѣ съ остатками отъ дѣленія на эти числа единицъ другихъ разрядовъ (въ частномъ въ этомъ случаѣ можно считать 0). Поэтому можно сказать, что вообще отъ дѣленія одной единицы какого угодно разряда на 3 или 9 въ остаткѣ получается всегда 1 единица I-го разряда. Принимая во вниманіе это правило, находимъ, что если при дѣленіи на 3 и на 9 дѣлимые числа разсматривать какъ суммы, у которыхъ каждое слагаемое состоитъ изъ одной единицы какаго-либо разряда (напримѣръ число 382, какъ сумму слагаемыхъ, изъ которыхъ три состоятъ каждое изъ единицы III-го разряда, 8 — изъ единицы II-го разряда и два — изъ единицы I-го разряда) и производить дѣленіе ихъ вышеуказаннымъ способомъ, т. е. по отдѣльнымъ слагаемымъ, то сумма остатковъ отъ дѣленія всѣхъ слагаемыхъ, будетъ заключать въ себѣ столько единицъ I-го разряда, сколько въ дѣлимомъ числѣ заключается всѣхъ единицъ различныхъ разрядовъ. Такъ, напримѣръ, при дѣленіи на 3 или на 9 2745, въ которомъ 2 единицы IV-го разряда, 7 ед. III-го, 4 ед. II-го и 5 ед. I-го и, слѣдовательно, всѣхъ единицъ различныхъ разрядовъ 18, въ вышесказанной суммѣ остатковъ получается всего 18 единицъ I-го разряда.

Условимся теперѣ, для краткости, называть суммою цифръ числа сумму тѣхъ чиселъ, которыя обозначаются тѣми же цифрами, которыми обозначается и данное число, написанными отдѣльно, суммою цифръ, напримѣръ, числа 345 сумму $3 + 4 + 5$, т. е. 12, суммой цифръ числа 20569 сумму $2 + 0 + 5 + 6 + 9$, т. е. 21 и т. п. и суммою остатковъ, при дѣленіи числа по разряднымъ единицамъ, сумму, составленную, какъ указано выше, изъ остатковъ, полученныхъ отъ дѣленія отдѣльно каждой изъ составляющихъ это число единицъ различныхъ разрядовъ. Тогда все вышенайденное выразится въ слѣдующемъ краткомъ положеніи. *Сумма остатковъ отъ дѣленія числа по разряднымъ единицамъ на 3 или на 9 всегда равна суммѣ цифръ этого числа.*

Принимая во вниманіе это положеніе и положеніе 1-е § 2, получаемъ слѣдующій признакъ дѣлимости на 3 и на 9.

Данное число только тогда дѣлится на 3, когда сумма его цифръ дѣлится на 3, и только тогда дѣлится на 9, когда сумма его цифръ дѣлится на 9.

Разсматривая остатки отъ дѣленія единицъ различныхъ разрядовъ на 11 или подобно тому, какъ выше разсматривали, при дѣленіи на числа 3 и 9, или изъ непосредственнаго дѣленія, и считая при этомъ дѣлимые, мѣнянія дѣлителя, за остатки, найдёмъ, что отъ дѣленія на это число единицъ нечетнаго разряда, т. е. I-го, III-го, V-го и т. д. получается въ остаткѣ всегда 1 единица I-го разряда, а отъ дѣленія единицъ четнаго разряда II, IV-го и т. д. въ остаткѣ получается всегда 1 единица II-го разряда. Поэтому, разсматривая опять числа, какъ

суммы всѣхъ единицъ различныхъ разрядовъ, входящихъ въ составъ этихъ чиселъ, и производя дѣленіе ихъ на 11 по этимъ отдѣльнымъ слагаемымъ, найдёмъ, что сумма остатковъ отъ дѣленія какого угодно числа на 11 состоитъ изъ столькохъ единицъ I-го разряда, сколько въ дѣлимомъ числѣ заключается всѣхъ единицъ различныхъ нечетныхъ разрядовъ, и изъ столькохъ единицъ II-го разряда, сколько въ немъ заключается всѣхъ единицъ различныхъ четныхъ разрядовъ. А такъ какъ число всѣхъ единицъ различныхъ нечетныхъ разрядовъ, входящихъ въ составъ числа, очевидно равно суммѣ его цифръ, стоящихъ на мѣстахъ нечетныхъ, считая справа, а число всѣхъ единицъ различныхъ четныхъ разрядовъ, входящихъ въ составъ того же числа, равно суммѣ его цифръ, стоящихъ на мѣстахъ четныхъ, то можно сказать, что сумма остатковъ отъ дѣленія числа по разряднымъ единицамъ на 11 состоитъ изъ столькохъ единицъ I-го разряда, чему равна сумма его цифръ, стоящихъ на мѣстахъ нечетныхъ, и изъ столькохъ единицъ II-го разряда, чему равна сумма его цифръ, стоящихъ на мѣстахъ четныхъ. Такъ, напримѣръ, въ суммѣ остатковъ отъ дѣленія по разряднымъ единицамъ на 11 числа 97564 заключается $4 + 5 + 9$, т. е. 18 единицъ I-го разряда и $6 + 7$, т. е. 13 единицъ II-го разряда.

Но такъ какъ сумма изъ 1 единицы I-го разряда и 1 единицы II-го разряда составляетъ число 11 и, слѣдовательно, дѣлится на 11, а сумма единицъ только одного I-го разряда такъ же, какъ и сумма единицъ только одного II-го разряда, можетъ дѣлиться на 11 только тогда, когда она представляетъ число кратное 11, то очевидно, что сумма остатковъ отъ дѣленія какого-либо числа на 11 по разряднымъ единицамъ только тогда раздѣлится на 11, когда сумма цифръ его, стоящихъ на мѣстахъ нечетныхъ, равна суммѣ его цифръ, стоящихъ на мѣстахъ четныхъ, или когда одна изъ этихъ суммъ превышаетъ другую на число кратное 11, потому что въ первомъ случаѣ вся сумма остатковъ можетъ быть раздѣлена на группы, изъ которыхъ каждая будетъ состоять изъ 1 единицы I-го разряда съ 1 единицей II-го разряда, и, слѣдовательно, будетъ представлять число 11, а во второмъ случаѣ вся сумма остатковъ можетъ быть представлена въ видѣ нѣсколькихъ такихъ же группъ и еще одной группы, въ которую войдутъ всѣ оставшіяся нераспределенными по этимъ группамъ единицы одного разряда, но при этомъ число ихъ будетъ кратное 11.

Изъ всего сказаннаго такимъ образомъ получается слѣдующій признакъ дѣлимости числа на 11.

Число дѣлится на 11 только тогда, когда сумма его цифръ, стоящихъ на мѣстахъ нечетныхъ, и сумма цифръ, стоящихъ на мѣстахъ четныхъ, равны между собой или превышаютъ одна другую на число кратное 11.

****Признаки дѣлимости на числа, равныя произведенію двухъ взаимно простыхъ чиселъ (6, 12, 15 и т. д.)**

Положимъ, что какое-нибудь данное число дѣлится на 2 и на 3. Такъ какъ оно дѣлится на 3, то все оно можетъ быть разложено на такія части, изъ которыхъ каждая равняется тремъ единицамъ, а такъ какъ оно дѣлится и на 2, то число такихъ частей не можетъ быть меньше двухъ, потому что еслибы ихъ было меньше двухъ, то все данное число равнялось бы 3, а этого быть не можетъ, такъ какъ 3 не дѣлится на 2, а данное число по предположенію дѣлится на 2. Соединивъ теперь все эти части даннаго числа, равныя 3, въ группы по двѣ въ каждую, мы представимъ данное число въ видѣ суммы, у которой слагаемыя равны такимъ группамъ. Легко убѣдиться, что все сказанныя части даннаго числа, равныя 3, размѣстятся въ такія группы, потому что если-бы онѣ размѣстились не все, то данное число равнялось-бы суммѣ такихъ слагаемыхъ, которыя все кромѣ одного равнялись-бы 3, взятымъ два раза, а одно равнялось-бы 3, взятымъ одинъ разъ, а этого быть не можетъ, потому что въ этомъ случаѣ данное число, какъ равное суммѣ такихъ слагаемыхъ, изъ которыхъ только одно, равное 3, не дѣлится на 2, а все остальные, какъ равныя 3×2 , дѣлятся на 2, по положенію 2 § 2, не дѣлилось-бы на 2, что не согласно съ нашимъ предположеніемъ. Итакъ, мы видимъ, что число, дѣлящееся отдѣльно на 2 и на 3, равно суммѣ такихъ слагаемыхъ, изъ которыхъ каждое равно 3×2 или 6, а такое число очевидно дѣлится на 6. Принимая во вниманіе это и выше найденные признаки дѣлимости на число 2 и на число 3, находимъ слѣдующій признакъ дѣлимости на 6.

Данное число дѣлится на 6 только тогда, когда оно четное и сумма его цифръ дѣлится на 3.

Положимъ далѣе, что какое-нибудь число дѣлится на 3 и на 4. Подобно предыдущему, все это число, какъ дѣлящееся на сказанныя числа, можетъ быть разложено на части, равныя большему изъ этихъ дѣлителей, т. е. 4. Число такихъ частей не можетъ быть меньше трехъ, потому что если-бы ихъ было меньше трехъ, то все число равнялось-бы только или 4 или 4×2 , т. е. 8, но этого быть не можетъ, потому что 4 и 8, какъ числа взаимно простые съ 3, на 3 не дѣлятся, а данное число, по предположенію, дѣлится на 3. Соединивъ теперь все сказанныя части даннаго числа, равныя 4, въ группы по три въ каждую, и разсматривая данное число какъ сумму, у которой слагаемыя равны такимъ группамъ, мы, подобно предыдущему, легко убѣдимся, что части даннаго числа, равныя 4, размѣстятся въ такія группы по 3 все, и частей, которыя не могли бы составить полной такой группы, остаться не можетъ. Въ самомъ дѣлѣ, если-бы части даннаго числа, равныя 4, размѣстились въ группы по 3 не все, то

данное число представило-бы сумму такихъ слагаемыхъ, изъ которыхъ одно равнялось-бы 4 или 8, числу, не дѣлящемуся на 3, а всѣ остальные равнялись-бы 4×3 или 12, числамъ дѣлящимся на 3. Но въ такомъ случаѣ оно, по положенію 2 § 2, не дѣлилось-бы на 3, а это не согласно съ нашимъ предположеніемъ. Итакъ находимъ, что число, которое дѣлится на 3 и на 4, представляетъ сумму такихъ слагаемыхъ, изъ которыхъ каждое равно 4×3 или 12, а, слѣдовательно, и дѣлится на 12. Принимая во вниманіе это и вышенайденные признаки дѣлимости числа на 3 и на 4, находимъ слѣдующій признакъ дѣлимости числа на 12.

Данное число только тогда дѣлится на 12, когда сумма его цифръ дѣлится на 3, и оно состоитъ или только изъ числа сотенъ, или сверхъ числа сотенъ имѣетъ столько десятковъ и единицъ, что они, вмѣстѣ взятые, составляютъ число, дѣлящееся на 4.

Подобнымъ же образомъ можно легко доказатъ, какъ сказано выше (§ 2), что если какое-нибудь число дѣлится отдѣльно на два взаимно простыхъ числа, то дѣлится и на ихъ произведеніе, когда эти взаимно простыя числа берутся какія-либо опредѣленные. Если извѣстны признаки дѣлимости на эти взаимно простыя числа, то легко составить признакъ дѣлимости и на число, равное ихъ произведенію. Такъ легко составить еще признаки дѣлимости на $15 = 3 \times 5$; на $18 = 2 \times 9$; на $24 = 3 \times 8$; на $22 = 2 \times 11$, и т. п.

(Предлагается доказатъ дѣлимость числа на эти произведенія, при дѣлимости на ихъ сомножителей, и составить признаки дѣлимости на эти числа самимъ учащимся.)

Примѣчаніе. Чтобы понять, почему положеніе, что число, дѣлящееся отдѣльно на какія-либо два другія числа, дѣлится и на ихъ произведеніе, справедливо только въ томъ случаѣ, когда два послѣднія числа взаимно простыя, слѣдуетъ обратитъ вниманіе на слѣдующую часть доказательства этого положенія. Представивъ данное число разложеннымъ на части, равныя большему изъ чиселъ, на которыя оно дѣлится, предъ соединеніемъ этихъ частей въ такія группы, изъ которыхъ каждая равна столькомъ частямъ, сколько единицъ въ меньшемъ изъ чиселъ, на которыя оно дѣлится, мы убѣждаемся, что такихъ группъ можно составить по крайней мѣрѣ одну, а послѣ образованія столькохъ такихъ группъ, сколько ихъ возможно для даннаго числа, въ томъ, что сверхъ этихъ группъ не можетъ получиться такая группа, въ которой число частей, равныхъ большему изъ чиселъ, на которыя данное число дѣлится, меньше, чѣмъ единицъ въ меньшемъ дѣлителѣ. И въ томъ, и въ другомъ мы убѣждаемся изъ того, что группа, въ которой число частей, равныхъ большему изъ чиселъ, на которыя данное число дѣлится, меньше чѣмъ единицъ въ меньшемъ изъ этихъ чиселъ, не можетъ дѣлиться на этотъ меньшій изъ дѣлителей числа. Но въ этомъ можно убѣдиться только тогда, когда дѣлители суть числа взаимно простыя. Если бы мы взяли дѣлителями числа взаимно непростыя, на примѣръ 4 и 6, то группа,

составленная из частей, равныхъ большому изъ этихъ чиселъ, т. е. 6, несмотря на то, что будетъ состоять изъ числа частей меньшаго, чѣмъ единицъ во второмъ числѣ, а именно изъ двухъ, будетъ дѣлиться на это второе число, 4, такъ какъ $6 \times 2 = 12$, а 12 дѣлится на 4. Поэтому нельзя доказать, что если число дѣлится на 4 и на 6, то оно дѣлится и на произведеніе этихъ чиселъ 24, въ чемъ легко убѣждаемся и непосредственно на такихъ числахъ, какъ 12 и 36.**

Узнать дѣлятся ли слѣдующія числа:

1) 4, 6, 12, 45, 134, 373	на 2.
2) 15, 119, 324, 456, 648, 957	" 3.
3) 28, 124, 152, 264, 572, 642	" 4.
4) 15, 25, 440, 784, 895, 943	" 5.
5) 18, 36, 69, 126, 378, 762	" 6.
6) 56, 72, 152, 2434, 3294, 6736	" 8.
7) 72, 135, 783, 1971, 8964, 78570	" 9.
8) 114, 342, 708, 3684, 7164, 29148	" 12.
9) 375, 435, 795, 2715, 62460, 37650	" 15.
10) 162, 234, 378, 3672, 5004, 76356	" 18.
11) 325, 575, 750, 7200, 35450, 48775	" 25.

На какія числа дѣлятся слѣдующія числа: а) 128, б) 375, в) 6974, г) 90585, д) 55440, е) 18480, ж) 360360, з) 746824.

§ 6.

Разложёніе чиселъ на первоначальные множители.

Составное число, какъ сказано выше (§ 1), можно представить въ видѣ произведенія двухъ сомножителей, неравныхъ единицъ. Но если эти сомножители, оба или одинъ, также числа составныя, то ихъ въ свою очередь можно также представить въ видѣ произведеній. Поступивъ дѣйствительно такъ, мы данное составное число получимъ въ видѣ произведенія уже нѣсколькихъ сомножителей. Если представляя такъ каждый изъ составныхъ сомножителей въ видѣ произведенія, мы постепенно достигнемъ того, что всѣ сомножители будутъ числа первоначальныя, то данное число представится въ видѣ произведенія простыхъ или первоначальныхъ чиселъ. Представленіе числа въ видѣ произведенія двухъ или нѣсколькихъ чиселъ называется разложёніемъ этого числа на множители, а *представленіе числа въ видѣ произведенія простыхъ чиселъ называется разложёніемъ его на простые множители.*

Возьмёмъ, напримѣръ, число 120; $120 = 12 \cdot 10$, но $12 = 4 \cdot 3$, а $10 = 5 \cdot 2$. Представляя 12 въ видѣ $4 \cdot 3$, а 10 въ видѣ $5 \cdot 2$ въ произведеніи $12 \cdot 10$, получимъ $120 = 4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2$. Но $4 = 2 \cdot 2$; подставивъ опять вмѣсто 4 произведеніе $2 \cdot 2$, получимъ $120 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2$, гдѣ всѣ сомножители уже числа простые.

Принимая во вниманіе, что сомножители произведёнія можно переставлять не измѣняя величины произведёнія, и что означенное въ разложёніи умноженіе между любыми рядомъ стоящими числами всегда можетъ быть выполнено, изъ сказаннаго ранѣе о дѣленіи (§ 14 и 17 ч. I) находимъ, что каждый изъ сомножителей какъ простой, такъ и составной, указанный въ разложёніи даннаго числа, можно разсматривать какъ дѣлитель этого числа, при чемъ частное отъ дѣленія на этотъ дѣлитель даннаго числа очевидно будетъ равно произведёнію всѣхъ остальныхъ сомножителей. Такъ, по вышеуказанному разложёнію числа 120, можно назвать дѣлителями этого числа числа 4, 6, 15, а частныя соотвѣтственно будутъ 30, 20, 8, потому что можно сказать, что $120 = 2.2.3.5.2 = 4.30 = 2.3.5.2.2 = 6.20$ и т. д.

Произведёніе равныхъ сомножителей называется *степенью числа*, равнаго этому сомножителю, при чемъ, если число равно произведёнію двухъ равныхъ сомножителей, то оно называется *второю степенью числа*, равнаго сомножителю, если число равно произведёнію трехъ равныхъ сомножителей, то оно называется третьей степеню, если четырёхъ, — то четвертой и т. д. Само же число, взятое одинъ разъ, называется первою его степенью. Такъ, напримѣръ, 2 есть первая степень этого числа, $4 = 2.2$ есть вторая степень 2, $27 = 3.3.3$ есть третья степень 3, $32 = 2.2.2.2.2$ есть пятая степень 2 и т. п. Произведёнія, представляющія степени числа, сокращённо обозначаютъ ещё такъ, что пишутъ одинъ изъ равныхъ сомножителей и справа вверху числа пишутъ маленькую цифру, обозначающую число равныхъ сомножителей. Такъ вмѣсто 2.2.2 пишутъ 2^3 , вмѣсто 3.3 пишутъ 3^2 и т. д.

Чтобы разложить число на простые множителы, надобно найти тѣ простыя числа, на которыя оно дѣлится. Эти простыя числа, если они непосредственно неизвѣстны, отыскиваются обыкновенно слѣдующимъ образомъ. Прѣжде всего справляются съ таблицей простыхъ чиселъ*) и узнаютъ, не есть-ли данное число простое. Если оно простое, то разложёніе его невозможно, если же непростое, то, написавъ его, справа подлѣ него проводятъ вертикальную черту и затѣмъ, по вышеизложеннымъ признакамъ дѣлимости, узнаютъ, не дѣлится ли оно на степени самаго меньшаго изъ простыхъ чиселъ и именно на третью степень 2, т. е. на 8. Если оно дѣлится на 8, то число 8 въ видѣ 2^3 пишутъ съ правой стороны черты, а частное отъ этого дѣленія пишутъ слѣва подъ даннымъ числомъ, если же данное число не дѣлится на 8, то узнаютъ, не дѣлится-ли оно на 4, т. е. вторую степень 2. Если дѣлится, то поступаютъ такъ-же, какъ сказано выше для числа 8, если-же не дѣлится, то смѣтутъ, не дѣлится ли оно на 2, затѣмъ на вторую степень слѣдующаго большаго простаго числа, т. е. на 3, затѣмъ на 5, на $25 = 5^2$, на 7 и т. д. Когда станеть извѣстнымъ, что данное число не дѣлится на простыя числа

*) Таблицу см. въ концѣ книги.

2, 3, 5 и 11, пробуютъ непосредственно дѣлѣть на сторонѣ на слѣдующія простыя числа 7, 13, 17, 19 и т. д. Послѣ того, какъ опредѣленъ первый дѣлитель и написано первое частное, съ этимъ частнымъ поступаютъ такъ же, какъ и съ даннымъ числомъ, съ тою однако разницею, что не изслѣдуютъ уже дѣлимость его на тѣ простыя числа и стѣпени ихъ, на которыя не дѣлится данное число, потому что если данное число не дѣлится на какое либо число, то и сомножители даннаго числа на это число дѣлѣться не могутъ. Въ самомъ дѣлѣ, еслибы одинъ изъ сомножителей даннаго числа дѣлился на какое либо число, то, по вышесказанному о разложеніи чиселъ на сомножители, на это же число, очевидно, дѣлилось-бы и все данное число. Такъ же, какъ съ первымъ частнымъ, поступаютъ и со всеми слѣдующими частными до тѣхъ поръ, пока въ частномъ не получится число простое. Это простое число тогда также переписываютъ по правую сторону черты. Послѣ этого, на основаніи вышесказаннаго о разложеніи чиселъ на множители, данное число представляютъ въ видѣ произведенія найденныхъ дѣлителями простыхъ чиселъ или ихъ степеней. Положимъ, напримѣръ, требуется разложить на простые множители число 31824. По вышесказанному все вычисленіе располагаютъ такъ:

$$\begin{array}{r|l}
 31824 & 2^3 \\
 3978 & 2 \\
 1989 & 3^2 \\
 221 & 13 \\
 17 & 17
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 221 & 7 \\
 21 & 31 \\
 \hline
 11 & \\
 7 & \\
 \hline
 4 &
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 221 & 13 \\
 13 & 17 \\
 \hline
 91 & \\
 91 & \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

$31824 = 2^3 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 13 \cdot 17 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 13 \cdot 17$, потому что $3184 = 2^3 \cdot 3978$, а такъ какъ $3978 = 2 \cdot 1989$, то $31824 = 2^3 \cdot 2 \cdot 1989$; но $1989 = 3^2 \cdot 221$, по этому $31824 = 2^3 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 221$ п. т. д.

Разложить слѣдующія числа на ихъ первоначальныхъ дѣлителей:

- 35) 24, 32, 36, 39, 48, 56, 57, 60, 64, 72.
- 36) 75, 78, 81, 85, 90, 91, 96, 98, 99, 111.
- 37) 104, 108, 120, 128, 130, 132, 148, 150, 160, 165.
- 38) 210, 275, 280, 297, 348, 360, 392, 416, 486, 498.
- 39) 512, 525, 564, 648, 665, 686, 729, 735, 784, 798.
- 40) 819, 828, 845, 888, 891, 924, 936, 952, 975, 999.
- 41) 1001, 1024, 1296, 1881, 2310, 2398, 3584, 3645, 4235, 5915.
- 42) 10450, 15048, 16929) 22440, 23375, 33660, 24280, 44275, 40832, 32967.

§ 7.

Общій наибольшій дѣлитель чиселъ и его нахожденіе по простымъ множителямъ.

Разложеніе чиселъ на простые множители даётъ возможность легко опредѣлять общихъ дѣлителей (§ 1) взаимно непростыхъ чиселъ.

Общіе дѣлители простые, по такимъ разложѣніямъ данныхъ чиселъ, находятся непосредственно, что-же касается до общихъ дѣлителей составныхъ, то изъ того, что сказано о разложѣніи чиселъ на множители, легко понять, что они получаются, по даннымъ разложѣніямъ чиселъ, простымъ перемноженіемъ общихъ простыхъ дѣлителей по два, по три и т. д. Положимъ, на примѣръ, имѣемъ разложѣнія чиселъ $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ и $660 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$. Очевидно, что общіе дѣлители ихъ простые 2, 3 и 5, а составные 2^2 , 10, 15, 30 и т. д., потому что, по даннымъ разложѣніямъ, 120 и 660 можно представить такъ: $120 = 2^2 \cdot 30$; $660 = 2^2 \cdot 165$ и такъ: $120 = 10 \cdot 12$; $660 = 10 \cdot 66$, и такъ: $120 = 15 \cdot 8$; $660 = 15 \cdot 44$.

Самый болѣйшій изъ общихъ дѣлителей данныхъ чиселъ называется общимъ наибольшимъ дѣлителемъ*), иначе скажутъ общ. н. д. нѣсколькихъ данныхъ чиселъ называется самое болѣе изъ чиселъ, на которыя всѣ данные числа дѣлятся нацѣло. Такъ, для чиселъ 120 и 660 общ. н. д. 60.

Изъ сказаннаго о составленіи общихъ дѣлителей данныхъ чиселъ легко понять, что общ. н. д. равенъ произведенію всѣхъ общихъ простыхъ дѣлителей данныхъ чиселъ. Въ самомъ дѣлѣ, произведеніе не всѣхъ общихъ простыхъ дѣлителей не можетъ быть общимъ дѣлителемъ наибольшимъ, потому что произведеніе всѣхъ простыхъ дѣлителей есть также общій дѣлитель данныхъ чиселъ, а оно очевидно болѣе, чѣмъ произведеніе не всѣхъ общихъ простыхъ дѣлителей. Болѣе же общаго дѣлителя для данныхъ чиселъ, чѣмъ произведеніе всѣхъ общихъ простыхъ дѣлителей, быть не можетъ, потому что если произведеніе всѣхъ общихъ дѣлителей увеличить присоединеніемъ къ нему еще какаго-либо множителя или какимъ-нибудь инымъ способомъ, то данные числа, всѣ или нѣкоторые изъ нихъ, не заключаая въ себѣ это число множителемъ, очевидно не будутъ дѣлиться на него нацѣло, и потому оно не будетъ и общимъ дѣлителемъ ихъ.

Такъ какъ въ общ. н. д. данныхъ чиселъ входятъ всѣ общіе простые дѣлители ихъ, то частныя, которыя получатся послѣ раздѣленія данныхъ чиселъ на ихъ общ. н. д., очевидно должны быть взаимно простыми, такъ какъ въ противномъ случаѣ они бы имѣли общаго дѣлителя, а это бы значило, что общ. н. д. представляетъ произведеніе не всѣхъ общихъ дѣлителей данныхъ чиселъ, чего быть не можетъ. На этомъ основаніи общ. н. д. нѣсколькихъ данныхъ чиселъ часто опредѣляютъ еще какъ *такой общій дѣлитель, послѣ раздѣленія на который всѣхъ данныхъ чиселъ, въ частныхъ получаются числа взаимно простыя*.

Изъ всего сказаннаго получаютъ слѣдующія правила для нахождения общ. н. д.

Чтобы найти общ. н. д. данныхъ чиселъ, нужно изъ разложѣній всѣхъ данныхъ чиселъ на простые множители выбрать всѣ общіе простые мно-

*) Далѣе, для краткости, общій наибольшій дѣлитель будетъ часто обозначаться такъ: общ. н. д.

жители и составить из них произведение, причём каждый простой множитель долженъ войти въ это произведение сомножителемъ очевидно столько разъ, какъ наименьшее число разъ онъ входитъ сомножителемъ въ данныя числа; или иначе — изъ разложенія на простые множители одного изъ данныхъ чиселъ исключить все тѣ множители, которые не входятъ въ разложенія остальныхъ чиселъ данныхъ или войти не во все.

Положимъ, напримѣръ, требуется найти общ. н. д. чиселъ 360, 432 и 792. Найдя разложенія этихъ чиселъ на простые множители, получимъ: $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$; $432 = 2^4 \cdot 3^3$; $792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$. Общие простые множители этихъ чиселъ суть 2 и 3, причёмъ 2 входитъ сомножителемъ въ каждое число не меньше трехъ разъ, а 3 не меньше двухъ разъ. Поэтому общ. н. д. этихъ чиселъ равенъ $2^3 \cdot 3^2 = 72$. Иначе, написавъ разложенія данныхъ чиселъ въ полномъ видѣ, т. е. $360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$; $432 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; $792 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$, и сравнивъ разложеніе меньшаго изъ нихъ съ разложеніями остальныхъ, найдёмъ, что только 5 не входитъ множителемъ въ остальные числа, всё же другіе множители входятъ и въ остальные числа и въ не меньшемъ числѣ разъ. Поэтому, исключивъ изъ разложенія 360 множителя 5, въ остающемся произведеніи будемъ имѣть общ. н. д. всѣхъ данныхъ чиселъ $2^3 \cdot 3^2 = 72$. Еслибы взяли разложеніе числа 432, то должны бы были исключить изъ него одинъ множитель 2 и одинъ множитель 3, потому что въ другія числа эти множители входятъ меньшее число разъ, а именно, 2 вмѣсто 4-хъ разъ только 3, а 3 вмѣсто трехъ разъ только 2. Еслибы взяли число 792, то изъ его разложенія должны бы были исключить множитель 11.

§ 8.

****Нахожденіе общаго наибольшаго дѣлителя нѣсколькихъ данныхъ чиселъ послѣдовательнымъ дѣленіемъ.**

Когда вышеприведённые признаки дѣлимости указываютъ, что данныя составныя числа содержатъ нѣсколько простыхъ множителей, кромѣ 2, 3, 5 и 11, разложеніе ихъ на простые множители требуетъ много времени. Въ этомъ случаѣ общ. н. д. удобнѣе находить другимъ способомъ, при которомъ разложенія данныхъ чиселъ на простые множители не требуется. Способъ этотъ называется способомъ послѣдовательнаго дѣленія и основывается на слѣдующихъ двухъ положеніяхъ.

1) Если большее изъ двухъ данныхъ чиселъ дѣлится на меньшее изъ нихъ, то меньшее и есть ихъ общій наибольшій дѣлитель.

Справедливость этого положенія очевидна изъ слѣдующаго. Если большее число дѣлится на меньшее, то значить оба числа дѣлятся на меньшее, потому что меньшее дѣлится само на себя, и слѣдовательно меньшее число есть общ. дѣлит. этихъ чиселъ. А такъ какъ общій дѣлитель двухъ чиселъ не можетъ быть больше меньшаго изъ нихъ, потому что меньшее число не можетъ дѣлиться на число большее

его, то очевидно, что общій дѣлитель двухъ чиселъ, равный меньшему изъ нихъ, есть и общ. н. д. для этихъ двухъ чиселъ.

2) Если большее изъ двухъ данныхъ чиселъ не дѣлится на меньшее, то общ. н. д. ихъ равенъ общ. н. д. меньшаго изъ этихъ чиселъ и остатка отъ дѣленія большаго числа на меньшее.

Справедливость этого положенія становится очевидна изъ слѣдующихъ разсужденій. Если большее изъ двухъ данныхъ чиселъ не дѣлится на меньшее, то, по известной зависимости между дѣлимымъ, дѣлителемъ, частнымъ и остаткомъ (§ 17 и 18 ч. I), заключаемъ, что большее число представляетъ сумму двухъ такихъ слагаемыхъ, изъ которыхъ одно заключаетъ въ себѣ меньшее число множителемъ, а другое равно остатку отъ дѣленія большаго числа на меньшее. Такъ, 95 не дѣлится на 40, а при дѣленіи на это число, даётъ остатокъ 15. Поэтому, имѣемъ $95 = 40 \cdot 2 + 15$. Но если сумма и одно изъ двухъ слагаемыхъ дѣлится на какое-нибудь число, то и другое слагаемое дѣлится на это послѣднее число, потому что иначе, по положенію 2 § 2, сумма не дѣлилась бы на это число. Поэтому, всѣ общіе дѣлители двухъ недѣлящихся другъ на друга данныхъ чиселъ, въ нашемъ примѣрѣ 95 и 40, суть также общіе дѣлители меньшаго числа и остатка отъ дѣленія большаго числа на меньшее, въ нашемъ примѣрѣ 40 и 15. Но по тому же положенію 2 § 2, если оба слагаемые суммы дѣлятся на какое-либо число, то и сумма дѣлится на то же число. Поэтому, всѣ общіе дѣлители меньшаго изъ данныхъ чиселъ и остатка отъ дѣленія большаго числа на меньшее, въ нашемъ примѣрѣ 40 и 15, суть также общіе дѣлители и обоихъ данныхъ чиселъ, въ нашемъ примѣрѣ 95 и 40. И такъ, общіе дѣлители у двухъ данныхъ чиселъ одинаковы съ общими дѣлителями меньшаго изъ этихъ чиселъ и остатка отъ дѣленія большаго изъ нихъ на меньшее, а, слѣдовательно, и общ. н. д. двухъ первыхъ чиселъ одинаковъ съ общ. н. д. двухъ послѣднихъ чиселъ.

Чтобы показатъ, какъ на основаніи двухъ указанныхъ положеній можно отыскать общ. н. д. двухъ данныхъ чиселъ, будемъ для примѣра искать его для чиселъ 161 и 115.

Принимая во вниманіе положеніе 1-е, узнаемъ, не есть-ли меньшее изъ этихъ чиселъ, т. е. 115, общ. н. д. ихъ, и для этого дѣлимъ на него 1-е число, т. е. 161. Отъ этого дѣленія получаемъ остатокъ 46, слѣдовательно 115 не есть общ. н. д. Но по положенію 2, общ. н. д. данныхъ чиселъ одинаковъ съ общ. н. д. 115 и 46, а эти числа меньше данныхъ и поэтому ихъ общ. н. д. легче найти. Имѣя въ виду положеніе 1-е, опять будемъ испытывать, не будетъ ли остатокъ 46 общ. н. д. Для 115 на 46, получимъ остатокъ 23. Изъ этого заключаемъ, что 46 не есть общ. н. д. Но по положенію 2, общ. н. д. 115 и 46 одинаковъ съ общ. н. д. 46 и 23. Поэтому, будемъ опять искать общ. н. д. между этими послѣдними числами и, въ виду положенія 1-го, испытывать, не есть ли 23 общ. н. д. Для 46 на 23 находимъ, что 46 дѣлится на 23. Отсюда заключаемъ, что 23 есть общ. н. д. чиселъ

46 и 23, а слѣдовательно и 115 и 46, а слѣдовательно и данныхъ чиселъ т. е. 161 и 115. Все вычисленіе обыкновенно располагають такъ:

$$\begin{array}{r}
 161 \overline{) 115} \\
 \underline{115} \\
 46 \\
 \underline{92} \\
 23 \\
 \underline{46} \\
 0
 \end{array}$$

Изъ этого получаемъ слѣдующее правило :

Чтобы найти общ. н. д. для двухъ данныхъ чиселъ по способу послѣдовательнаго дѣленія, нужно большее изъ нихъ дѣлить на меньшее, потомъ меньшее на остатокъ, полученный отъ перваго дѣленія, затѣмъ этотъ остатокъ на новый остатокъ и т. д. до тѣхъ поръ, пока въ остаткѣ не получится нуль. Тогда послѣдній дѣлитель и есть общ. н. д. данныхъ чиселъ. Очевидно, что если послѣдній дѣлитель 1, то данные числа взаимно простыя, поэтому вычисленія прекращають, когда получается въ остаткѣ 1.

Если требуется найти общ. н. дѣлителя трехъ чиселъ, на примѣръ 270, 450 и 850, то отыскивають вынескѣаннымъ способомъ послѣдовательнаго дѣленія сначала общ. н. д. двухъ изъ нихъ, на примѣръ 450 и 270. Для этихъ двухъ чиселъ общ. н. д. 90. Это число представляетъ, слѣдовательно, произведеніе всѣхъ общихъ простыхъ дѣлителей двухъ первыхъ чиселъ. Затѣмъ такимъ же способомъ находимъ общ. н. д. для общ. н. д. первыхъ двухъ, т. е. 90, и для третьяго изъ данныхъ чиселъ, т. е. 850. Онъ равенъ 10 и представляетъ произведеніе всѣхъ общихъ простыхъ дѣлителей этихъ двухъ чиселъ т. е. 90 и 850, а слѣдовательно и произведеніе всѣхъ общихъ простыхъ дѣлителей всѣхъ трехъ данныхъ чиселъ, а потому и есть общ. н. д. всѣхъ данныхъ чиселъ. Подобнымъ же образомъ послѣдовательно находится общ. н. д. четырехъ данныхъ чиселъ, пяти и т. д. **

Найти общ. наиб. дѣлителя слѣдующихъ чиселъ :

- 43) а) 4, 6.
 б) 6, 8.
 в) 8, 12.
 г) 12, 16.
 д) 16, 24.
 е) 32, 40.
 ж) 48, 80.
 з) 60, 112.

- 44) а) 15, 21.
 б) 9, 30.
 в) 27, 36.
 г) 45, 63.
 д) 54, 135.
 е) 81, 189.
 ж) 324, 405.

- 45) а) 36, 48.
 б) 60, 96.
 в) 54, 72.
 г) 90, 126.
 д) 72, 108.
 е) 180, 324.
 ж) 192, 360.
 з) 504, 600.

46) а)	25,	45.
б)	60,	95.
в)	75,	125.
г)	375,	550.
д)	875,	1375.
е)	1125,	1625.
ж)	225,	1225.
з)	350,	1575.

47) а)	110,	803.
б)	154,	385.
в)	165,	231.
г)	715,	830.
д)	4235,	4510.
е)	8085,	3465.
ж)	3388,	6160.
з)	9099,	11781.

48) а)	259,	333.
б)	888,	629.
в)	1111,	1717.
г)	111111,	142875.
д)	713,	805.
е)	493,	667.
ж)	248,	837.
з)	410,	533.

49) а)	301,	473.
б)	423,	752.
в)	318,	901.
г)	472,	767.
д)	671,	1037.
е)	1407,	1973.
ж)	1065,	1562.
з)	2037,	3293.

50) а)	4615,	2769,	5325.
б)	11880,	17820,	33000.
в)	24120,	12504,	9965.
г)	13230,	33075,	17010, 14175.
д)	3180,	6360,	57505, 15624.

§ 9.

Общее наименьшее кратное и его составление из простых множителей.

Число кратное двумъ или нѣсколькимъ числамъ называется общимъ кратнымъ этихъ чиселъ. Такъ какъ число кратное для какого-либо другаго числа получается чрезъ умноженіе послѣдняго на какое угодно число, то очевидно, что чиселъ кратныхъ для всякаго числа и общихъ кратныхъ нѣсколькихъ какихъ угодно данныхъ чиселъ существуетъ безчисленное множество. Возьмемъ, на примѣръ, числа 14 и 10. Умноживъ 14 на 10, мы получимъ число кратное для обоихъ этихъ чиселъ $14 \times 10 = 140$. Умножая это число на какое угодно число, на примѣръ, на 3, мы получимъ число 420, которое можно представить въ видѣ произведеній 14×30 и 10×42 , изъ чего непосредственно видно, что число это есть также общее кратное 10 и 14. Такъ какъ 140 можно умножать также на какое угодно другое число, то очевидно, что общихъ кратныхъ чиселъ для 10 и 14 безчисленное множество. *Самое меньшее изъ общихъ кратныхъ для нѣсколькихъ данныхъ чиселъ называется ихъ общимъ наименьшимъ кратнымъ.*)*

*) Далѣе общее наименьшее кратное для кратности будетъ часто обозначаться такъ общ. н. кр.

Изъ самаго понятія о числѣ кратномъ, какъ произведеніи даннаго числа на какое-либо другое число, слѣдуетъ, что данное число должно быть однимъ изъ сомножителей числа, ему кратнаго, и слѣдовательно, въ разложеніи на простые множителѣ числа, кратнаго данному числу, должны заключаться всѣ простые множителѣ даннаго числа и при томъ въ степеняхъ, не низшихъ, чѣмъ онѣ входятъ въ данное число, а въ разложеніи на простые множителѣ общаго кратнаго нѣсколькихъ данныхъ чиселъ должны заключаться всѣ простые множителѣ данныхъ чиселъ и въ степеняхъ, не низшихъ, чѣмъ они заключаются въ данныхъ числахъ. Отсюда уже понятно, что въ разложеніи на простые множителѣ общ. н. кр. нѣсколькихъ данныхъ чиселъ должны заключаться только всѣ простые множителѣ данныхъ чиселъ и въ степеняхъ, ненизшихъ, но и невысшихъ, чѣмъ они входятъ въ данныя числа. Въ самомъ дѣлѣ, если въ разложеніи какого-либо числа на простые множителѣ заключаются не всѣ простые множителѣ данныхъ чиселъ или заключаются въ степеняхъ, низшихъ, чѣмъ они заключаются въ данныхъ числахъ, то не каждое изъ данныхъ чиселъ есть сомножитель этого числа, и слѣдовательно, оно не есть общее кратное данныхъ чиселъ. Если же въ разложеніи числа на простые множителѣ, кромѣ простыхъ множителѣ, принадлежащихъ даннымъ числамъ, заключаются другіе еще простые множителѣ, или простые множителѣ, принадлежащіе даннымъ числамъ, заключаются въ немъ въ степеняхъ, высшихъ, чѣмъ они заключаются въ данныхъ числахъ, то это число не есть наименьшее общее кратное данныхъ чиселъ, потому что произведеніе только однихъ простыхъ множителѣ, принадлежащихъ даннымъ числамъ, взятыхъ каждое только въ той стѣпени, въ какой наивысшей она входитъ въ какое-либо изъ данныхъ чиселъ, будетъ также общимъ кратнымъ всѣхъ данныхъ чиселъ, а оно будетъ меньше высказаннаго числа.

Изъ всего этого получается слѣдующій способъ полученія общаго наименьшаго кратнаго нѣсколькихъ данныхъ чиселъ по простымъ множителѣмъ ихъ. *Чтобы составить общ. н. кр. нѣсколькихъ данныхъ чиселъ берутъ разложеніе на простые множителѣ одного изъ этихъ чиселъ, сравниваютъ его съ разложеніями другихъ данныхъ чиселъ и изъ этихъ послѣднихъ разложеній тѣ простые множителѣ, которыхъ въ разложеніи перваго числа нѣтъ, къ нему присоединяютъ, такъ чтобы образовалось произведеніе изъ всѣхъ простыхъ множителѣ, заключающихся въ данныхъ числахъ, и притомъ, чтобы каждый изъ этихъ множителѣ входилъ въ стѣпени, равной самой большей изъ тѣхъ, въ какихъ онъ входитъ во всѣ данныя числа.*

Положимъ, напримѣръ, требуется имѣть общ. н. кр. чиселъ: 144, 540 и 840. Разложенія на простые множителѣ этихъ чиселъ слѣдующія: $144 = 2^4 \cdot 3^2$; $540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$; $840 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$. Взявъ разложеніе перваго изъ нихъ $2^4 \cdot 3^2$ и сравнивъ съ разложеніями остальныхъ, найдѣмъ, что въ немъ не достаѣтъ множителѣ 5, входя-

щаго въ разложёніе второ́го числа, одно́го мно́жителя 3, такъ какъ во второ́мъ числѣ 3 входитъ въ трѣтѣй стѣпени, а въ пѣрвомъ только во второ́й, и мно́жителя 7, входящаго въ трѣтѣе число. При- соединивъ этихъ мно́жителей къ разложёнію пѣрваго числа, получимъ $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7$ или $2^4 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 = 2520$. Это и есть общ. н. кр. дан- ныхъ чиселъ 144, 540 и 840.

Изъ этого способа составлѣнія наименьшаго крѣтнаго нѣсколь- кихъ даннхъ чиселъ видно во 1-хъ, что ёсли одно́ изъ даннхъ чиселъ крѣтное для всѣхъ остальныхъ, то оно́ есть и общ. н. кр. всѣхъ даннхъ чиселъ, такъ какъ въ нёмъ заключаются всѣ просты́е мно́жители остальныхъ чиселъ, и къ его́ разложёнію не приходится присоединять каки́хъ-либо други́хъ мно́жителей, и во 2-хъ, что ёсли даннны́я числа взаимно просты́я, то для составлѣнія общ. н. кр. къ разложёнію одно́го изъ даннхъ чиселъ приходится присоединить всѣхъ мно́жителей остальныхъ чиселъ, а это́ все равно́, что всѣ даннны́я числа перемно́жить мѣжду собою, и, слѣдовательно, въ этомъ случа́ѣ общ. н. кр. равно́ произведёнію всѣхъ даннхъ чиселъ. Слѣ- дуетъ замѣтить ещё, что такъ какъ общ. н. кр. не можетъ быть мѣньше большаго изъ даннхъ чиселъ и большее число иногда́ и есть ихъ общ. н. кр., то, для упрощёнія вычислѣній, при составлѣніи на- именьшаго крѣтнаго, выгоднѣе брать наибольшее изъ даннхъ чиселъ и къ нему́ присоединять мно́жителей, недостающихъ въ его́ разложёніи протѣвъ други́хъ.

Такъ какъ число крѣтное для како́го-либо числа, какъ равно́е произведёнію этого́ числа на како́е-либо друго́е число, должно́ дѣ- литься на то число, ко́торому оно́ крѣтно, то обще́е крѣтное нѣсколь- кихъ даннхъ чиселъ должно́ дѣлиться на всѣ даннны́я числа. По- этому́ общ. н. кр. опредѣляютъ ещё такъ: *Это́ есть самое меньшее изъ чиселъ, которы́я дѣлятся на всѣ даннны́я числа.*

Изъ того́-же понятія о числѣ крѣтномъ, какъ произведёніи дан- наго числа на како́е-либо друго́е число, слѣдуетъ, что частны́я отъ дѣлѣнія общ. н. кр. нѣсколькихъ даннхъ чиселъ на ка́ждое изъ даннхъ чиселъ получа́ются просты́мъ исклю́ченіемъ изъ его́ разло- жёнія на просты́е мно́жители всѣхъ тѣхъ просты́хъ мно́жителей, ко́торые принадлежатъ соотвѣтственно тому́ или друго́му изъ даннхъ чиселъ. Напримѣръ, отъ дѣлѣнія общ. н. кр. чиселъ $144 = 2^4 \cdot 3^2$; $540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$ и $840 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, ко́торое равно́ $2^4 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7$, на пѣрвое изъ эти́хъ чиселъ частное равно́ $3 \cdot 5 \cdot 7$, отъ дѣлѣнія на второ́е $2^2 \cdot 7$, на трѣтѣе $2^2 \cdot 3$.

Полученны́я въ нашемъ примѣрѣ частны́я отъ дѣлѣнія на даннны́я числа ихъ общ. н. кр. оказы́ваются взаимно просты́ми. Легко́ убѣ- диться, что таны́я частны́я должны́ быть всегда́ взаимно просты́ми. Въ са́момъ дѣлѣ, ёслибы у сказа́нныхъ частныхъ былъ о́бщій мно́- житель, то это́тъ мно́житель былъ-бы и въ числѣ дѣли́момъ, и такъ какъ онъ получа́ется въ частномъ при дѣлѣніи дѣли́мага на ка́ждое

изъ данныхъ чиселъ, то онъ очевидно не принадлежитъ ни одному изъ данныхъ чиселъ, и, слѣдовательно, въ дѣлимомъ заключался-бы множителъ, не принадлежащій ни одному изъ данныхъ чиселъ; но тогда, очевидно, дѣлимое не было-бы общимъ кратнымъ для данныхъ чиселъ наименьшимъ. На основаніи этого, общ. н. кр. нѣсколькихъ данныхъ чиселъ опредѣляютъ такъ еще: *Это есть такое число, отъ дѣленія котораго на каждое изъ данныхъ чиселъ частныя получаютъ цѣлыя и взаимно простыя.*

§ 10.

**** Нахожденіе общаго наименьшаго кратнаго помощію общаго наибольшаго дѣлителя.**

Когда разложенія данныхъ чиселъ на простые множителы не найдены, и нахожденіе ихъ представляетъ затрудненія, общ. н. кр. такихъ чиселъ отыскивается помощію общ. н. д. по слѣдующимъ соображеніямъ. Общ. н. кр., какъ сказано въ предыдущемъ § о составленіи его по простымъ множителямъ, получается, когда одно изъ данныхъ чиселъ умножить на всѣхъ тѣхъ простыхъ множителей остальныхъ данныхъ, которыхъ въ данномъ числѣ нѣтъ. Но изъ сказаннаго въ § 7 о частныхъ, которыя получаютъ отъ дѣленія данныхъ чиселъ на ихъ общ. н. д., слѣдуетъ, что частное, полученное отъ дѣленія одного изъ двухъ данныхъ чиселъ на ихъ общ. н. д., заключаетъ въ себѣ только такіе множителы этого даннаго числа, которыхъ нѣтъ въ другомъ данномъ числѣ. Поэтому, когда общ. н. д. двухъ данныхъ чиселъ извѣстенъ, (а его можно найти, какъ уже извѣстно и безъ разложенія данныхъ чиселъ на простые множителы), *то общ. наименьшее кратное для тѣхъ-же двухъ данныхъ чиселъ получимъ, когда одно изъ данныхъ чиселъ умножимъ на частное, полученное отъ дѣленія другаго даннаго числа на общ. н. д. этихъ двухъ данныхъ чиселъ.*

Принимая во вниманіе это и вышесказанное о составленіи общ. н. кр. по простымъ множителямъ для нѣсколькихъ данныхъ чиселъ, находимъ, что общ. н. кр. трѣхъ чиселъ равно произведенію общ. н. кр. двухъ изъ данныхъ чиселъ на частное, полученное отъ дѣленія третьяго числа на общ. н. д. для общ. н. кр. первыхъ двухъ чиселъ и для третьяго изъ данныхъ чиселъ, потому что общ. н. кр. для двухъ первыхъ чиселъ равно произведенію перваго числа на тѣ множителы втораго, которыхъ нѣтъ въ первомъ, а сказанное частное заключаетъ въ себѣ только тѣ простые множителы третьяго изъ данныхъ чиселъ, которыхъ нѣтъ въ общ. н. кр. для первыхъ двухъ чиселъ или, иначе сказать, въ произведеніи перваго числа на всѣ простые множителы втораго, не входящіе въ первое. Изъ этого способа полученія *общ. н. кр. трѣхъ чиселъ* видимъ, что его можно *разсматривать, какъ общ. н. кр. для общ. н. кр. двухъ первыхъ данныхъ чиселъ и для третьяго изъ данныхъ чиселъ.*

Такимъ же способомъ получится общ. н. кр. для четырехъ, пяти и болѣе данныхъ чиселъ, т. е. сначала находятъ общ. н. кр. для первыхъ двухъ изъ данныхъ чиселъ, потомъ общ. н. кр. для общ. н. кр. первыхъ двухъ и для третьяго изъ данныхъ чиселъ, затѣмъ общ. н. кр. для общ. н. кр. первыхъ трехъ и для четвертаго изъ данныхъ чиселъ и т. д.

Положимъ, на примѣръ, требуется найти общ. н. кр. для чиселъ 104, 195 и 510. Послѣдовательнымъ дѣленіемъ находимъ общ. н. д. для первыхъ двухъ чиселъ, 104 и 195; онъ равенъ 13. Частное отъ дѣленія втораго изъ данныхъ чиселъ, т. е. 195 на этотъ общ. н. д. равно 15. Произведеніе 104 на 15 и представитъ общ. н. кр. первыхъ двухъ изъ данныхъ чиселъ. Оно равно 1560. Найдя опять общ. н. д. послѣдовательнымъ дѣленіемъ для этого общ. н. кр. 1560 и для третьяго изъ данныхъ чиселъ, т. е. 510, получимъ, что онъ равенъ 30, причѣмъ частное отъ дѣленія на него третьяго даннаго числа равно 17. Произведеніе общ. н. кр. первыхъ двухъ чиселъ, т. е. 1560, на это частное 17 и есть общ. н. кр. всехъ трехъ данныхъ чиселъ. Оно равно 26520. **

51) Опредѣлить наим. кратн. число для слѣдующихъ чиселъ.

- | | |
|-----------------|-----------------------------------|
| а) 4, 8. | з) 15, 20, 60. |
| б) 6, 18. | и) 2, 6, 18, 54. |
| в) 3, 6, 24. | і) 4, 12, 36, 108, 324. |
| г) 7, 35, 70. | к) 3, 6, 12, 60, 120, 360. |
| д) 12, 36, 72. | л) 2, 3, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, |
| е) 6, 26, 78. | 24, 30, 60, 120. |
| ж) 10, 17, 170. | |

52) Также для чиселъ:

- | | |
|------------|------------|
| а) 8, 12. | е) 16, 24. |
| б) 9, 15. | ж) 18, 30. |
| в) 12, 16. | з) 21, 35. |
| г) 14, 35. | и) 7, 10. |
| д) 15, 25. | і) 8, 11. |

53) Также для чиселъ:

- | | |
|----------------|----------------|
| а) 6, 8, 10. | е) 18, 30, 45. |
| б) 9, 12, 15. | ж) 21, 28, 48. |
| в) 12, 18, 30. | з) 22, 55, 60. |
| г) 14, 21, 35. | и) 4, 9, 11. |
| д) 15, 25, 40. | і) 5, 7, 9. |

54) Также для чиселъ:

- | |
|--------------------|
| а) 6, 9, 18, 54. |
| б) 8, 15, 20, 24. |
| в) 10, 15, 25, 40. |
| г) 12, 30, 44, 54. |
| д) 14, 18, 49, 60. |
| е) 18, 24, 45, 72. |
| ж) 24, 36, 64, 80. |
| з) 28, 35, 56, 70. |
| и) 3, 5, 7, 8. |
| і) 5, 11, 12, 13. |

55) Также для чиселъ:

- | |
|-------------------------|
| а) 12, 18, 24, 36, 72. |
| б) 12, 18, 30, 48, 72. |
| в) 24, 40, 64, 90, 120. |
| г) 15, 21, 25, 35, 105. |
| д) 20, 27, 55, 99, 108. |
| е) 24, 42, 54, 96, 140. |
| ж) 36, 45, 52, 65, 120. |
| з) 48, 60, 76, 95, 144. |
| и) 3, 4, 7, 11, 13. |
| і) 13, 15, 22, 23, 29. |

56) Также для чиселъ :

- а) 3, 5, 7, 11, 12, 17, 19.
- б) 5, 12, 13, 17, 19, 23, 31.
- в) 8, 12, 18, 28, 34, 51, 68, 119.
- г) 4, 6, 14, 22, 30, 32, 48.
- д) 12, 30, 45, 51, 6, 68, 85, 117.
- е) 8, 12, 14, 18, 30, 42, 70, 81, 88, 96, 120.
- ж) 20, 24, 25, 36, 42, 70, 100, 150.
- з) 10, 12, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 72.
- и) 15, 25, 35, 45, 55, 75, 77, 99, 105, 165.
- й) 9, 18, 27, 39, 42, 48, 91, 117, 104, 63.

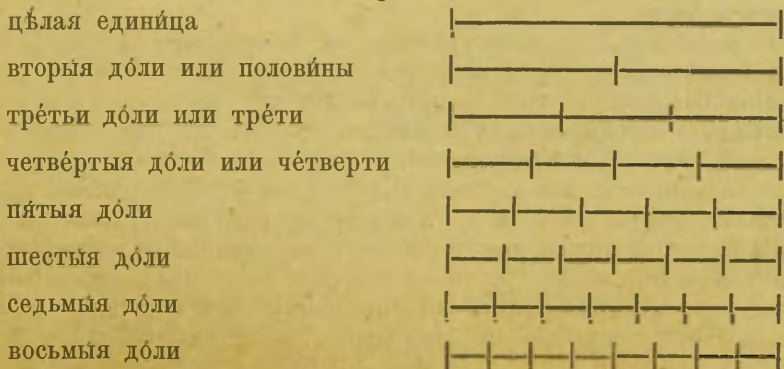
II. Дробныя числа.

§ 11.

Части или доли единицы, дробь, ея члены и обозначеніе, смѣшанное число.

Всякую единицу можно представить себѣ раздѣленной на нѣсколько равныхъ частей, напримѣръ, на 2 части, на 3, на 4 и т. д. Каждая изъ такихъ равныхъ частей называется еще иначе долей единицы и кромѣ того получаетъ названіе еще въ зависимости отъ того, на сколько равныхъ частей единица раздѣлена. Такъ, если единица раздѣлена на двѣ равныя части, то каждая часть или доля называется второй частью или долей или, короче, половиной, если единица раздѣлена на 3 равныя части, то каждая часть называется третьей долей, или третью, если на четыре, то четвертою или четвертью, если на пять, то пятою и т. д. Нижеслѣдующій чертѣжъ, представляя одинъ цѣлый вершокъ и затѣмъ тотъ же вершокъ раздѣленнымъ послѣдовательно на 2 части, на 3, на 4, на 5, на 6, на 7 и на 8, наглядно показываетъ величинѣ различныхъ долей единицы по отношенію къ цѣлой единицѣ и къ другъ другу.

Черт. I.



Изъ чертежа мы непосредственно видимъ, что съ возрастаніемъ числа равныхъ частей, на которыя дѣлится единица, величина каждой отдѣльной части уменьшается.

Доли единицы подобно тому, какъ и цѣлыя единицы, можно соединять вмѣстѣ, а слѣдовательно, и считать, присоединяя ихъ послѣдовательно одну къ другой, какъ и цѣлыя единицы. Такъ, восьмихъ долей можетъ быть одна, двѣ, три и т. д. Очевидно, что такая совокупность одинаковыхъ долей единицы, въ которой число ихъ равно тому числу, на которое раздѣлена единица для полученія этихъ именно долей, составляетъ цѣлую единицу. Такъ, составляютъ цѣлую единицу 2 вторыхъ, 3 третихъ, 4 четвертыхъ и т. д. Кромѣ того, изъ того-же чертежа видно, что когда число долей, заключающихся въ ихъ совокупности, равно одному изъ дѣлителей (§ 1) того числа, на которое раздѣлена единица, при полученіи этихъ долей, то эта совокупность равна или одной болѣе крупной долѣ той же единицы, или совокупности меньшаго числа болѣе крупныхъ долей. Такъ 2 шестыхъ составляютъ одну треть, 4 восьмые равны 2 четвертямъ, а также 1 половинѣ и т. п.

Долями единицы пользуются для измѣренія величинъ (§ 1 ч. II) въ томъ случаѣ, когда, при измѣреніи величины цѣлой единицей, оказывается, что въ данной величинѣ, кромѣ нѣсколькихъ цѣлыхъ единицъ, заключается еще часть, меньшая единицы. Тогда эту часть величины измѣряютъ какою-либо долею единицы, избирая при этомъ такую долю, которая бы заключалась въ сказанной части величины, меньшей единицы, цѣлое число разъ. Положимъ, напримѣръ, что, измѣряя длину какой-либо линіи вершкѣмъ, мы находимъ, что послѣ отложенія по этой линіи трѣхъ цѣлыхъ вершкѣмъ, отъ линіи остается еще часть, на которой цѣлымъ вершкѣмъ уже не отлагается, и положимъ, что въ этой части линіи укладывается цѣлое число разъ шестыхъ долей вершкѣ. Отложивъ на остаткѣ шестую часть вершкѣ и сосчитавъ, сколько разъ она уложилась, положимъ найдемъ, что она уложилась 5 разъ. Тогда часть линіи, меньшая вершкѣ и представляетъ, слѣдовательно, совокупность долей вершкѣ равную пяти шестымъ ея частямъ или долямъ, а длина всѣй линіи равна 3 цѣлымъ вершкѣмъ и пяти шестымъ частямъ вершкѣ.

Совокупность нѣсколькихъ равныхъ частей или долей единицы, а также и одна какая-либо доля или часть единицы называется дробью.

Подобно тому, какъ, при выраженіи числомъ совокупности сосчитанныхъ предметовъ, указываемъ разрядъ единицъ и число единицъ, или, при выраженіи числомъ какой-либо величины, измѣренной цѣлыми единицами, для точнаго опредѣленія этой величины, мы указываемъ величину тѣхъ единицъ, которыми измѣрялась величина, придавая имъ то или другое наименованіе, и число единицъ, заключающихся въ этой величинѣ, такъ и, при измѣреніи величины долями единицы, указываютъ, какими долями единицы измѣрялась величина, и сколько этихъ долей заключается въ этой величинѣ. По этому, для выраженія

дроби, употребляютъ два числа, которыя называются ея членами или элементами. Одно изъ этихъ чиселъ называется знаменателемъ и указываетъ (или знаменуетъ), какія доли входятъ въ составъ дроби, и слѣдовательно, какими долями единицы измѣрялась величина, а другое число называется числителемъ и указываетъ число долей, входящихъ въ составъ дроби, и, слѣдовательно, заключающихся въ измѣренной величинѣ. Въ вышеприведенномъ примѣрѣ дробь пять шестыхъ вершка числителемъ имѣетъ число 5, а знаменателемъ 6. При письменномъ обозначеніи дроби, числитель пишутъ надъ знаменателемъ и отдѣляютъ ихъ одинъ отъ другаго чертою, пять шестыхъ, на примѣръ, пишутъ такъ: $\frac{5}{6}$, семнадцать двадцатыхъ такъ: $\frac{17}{20}$.

Когда измѣренная величина представляется, какъ совокупность одной цѣлой единицы или нѣсколькихъ цѣлыхъ единицъ и одной или нѣсколькихъ равныхъ долей единицы, какъ въ вышеприведенномъ случаѣ, на примѣръ, нѣкоторая длина представляла 3 цѣлыхъ вершка и пять шестыхъ долей вершка, то число, выражающее эту величину, называется *смѣшаннымъ числомъ*. Смѣшанное число обозначается такъ, что пишутъ сначала цифру, обозначающую число цѣлыхъ единицъ этого числа, и рядомъ съ ней справа вышеуказаннымъ способомъ цифры, обозначающія члены дроби, причѣмъ послѣднія берутъ меньшаго размѣра, чѣмъ первую. Указанное сейчасъ смѣшанное число пишется, на примѣръ, такъ: $3\frac{5}{6}$, читается же такъ, что послѣ цѣлаго числа произносятся союзъ и а потомъ выговариваютъ дробь; на примѣръ, указанное число $3\frac{5}{6}$ читаютъ „три и пять шестыхъ“, иногда же, для ясности, говорятъ еще: „три цѣлыхъ и пять шестыхъ.“

Доли единицы, каждая отдѣльно взятая, и нѣсколько равныхъ долей, вмѣстѣ взятыхъ, а также и цѣлое число вмѣстѣ съ одной или нѣсколькими равными долями единицы называются вообще *дробными числами*.

Подобно тому, какъ цѣлыя числа различаютъ именованныя и отвлеченныя, числа дробныя называются также именованными, если при нихъ указывается наименованіе той единицы, равныя доли которой берутся въ числѣ, и отвлеченными, если названіе единицы, равныя доли которой берутся въ числѣ, не указывается, а единица эта подразумѣвается какая угодно.

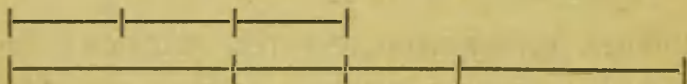
§ 12.

Полученіе дроби при дѣленіи цѣлыхъ чиселъ.

Имѣя понятіе о доляхъ единицы и дробномъ числѣ вообще, мы получаемъ возможность производить дѣленіе чиселъ безъ остатка. Положимъ, на примѣръ, что мы дѣлимъ число 181 на 12 равныхъ частей. Произведя дѣленіе на самомъ дѣлѣ, мы получимъ частное 15 и остатокъ 1. Раздѣливъ теперь эту единицу на 12 равныхъ частей, мы получимъ въ каждой части сверхъ 15 единицъ цѣлыхъ еще одну двѣнадцатую долю единицы. Тогда въ остаткѣ уже ничего не будетъ, а частное будетъ представлять смѣшанное число $15\frac{1}{12}$.

Положимъ далѣе, что мы должны раздѣлить на 12 равныхъ частей число 187. Произведя дѣленіе обычнымъ порядкомъ, мы получимъ въ частномъ 15 и въ остаткѣ 7 единицъ, которыя нельзя раздѣлить на 12 равныхъ частей такъ, чтобы въ каждую часть принѣлось по цѣлой единицы. Но дѣля отдѣльно каждую изъ единицъ этого остатка на 12 равныхъ частей, подобно предыдущему, получаемъ въ каждой части по $\frac{1}{12}$ единицы, а слѣдовательно, по раздѣленіи всѣхъ 7 единицъ остатка на 12 равныхъ частей, въ каждой части получимъ $\frac{7}{12}$. Тогда въ остаткѣ опять ничего не будетъ, а въ каждой части всего будетъ 15 цѣлыхъ единицъ и $\frac{7}{12}$ единицы или смѣшанное число $15\frac{7}{12}$. Тотъ же результатъ мы получимъ и такими еще разсужденіями. Такъ какъ каждая единица остатка заключаетъ въ себѣ 12 двѣнадцатыхъ долей единицы, то всѣ 7 единицъ остатка заключаютъ въ себѣ двѣнадцатыхъ долей въ семь разъ болѣе, т. е. 84. Дѣля теперь всѣ эти 84 двѣнадцатыхъ доли на 12 равныхъ частей, мы въ каждую часть можемъ положить по 7 такихъ частей. Тогда онѣ всѣ разложатся, а въ остаткѣ ничего не будетъ. Такимъ образомъ видимъ, что при дѣленіи числа на нѣсколько равныхъ частей, всегда можно дѣленіе совершить безъ остатка, но при этомъ въ частномъ получится дробное число, у котораго знаменатель равенъ дѣлителю, а числитель равенъ остатку.

Кромѣ того, изъ того-же примѣра дѣленія видно, что дробь, въ составъ которой входитъ нѣсколько равныхъ долей единицы, — въ нашемъ примѣрѣ $\frac{7}{12}$, — получается не только отъ соединенія нѣсколькихъ равныхъ долей единицы, — въ разсмотрѣнномъ примѣрѣ отъ соединенія 7 двѣнадцатыхъ долей, — но и отъ дѣленія нѣсколькихъ единицъ, взятыхъ вмѣстѣ, на какое-либо число равныхъ частей, какъ одна такая часть нѣсколькихъ единицъ, — въ разсматриваемомъ примѣрѣ отъ дѣленія 7 единицъ, взятыхъ вмѣстѣ, на 12 равныхъ частей, какъ одна двѣнадцатая часть 7 единицъ. Въ этомъ же мы можемъ убѣдиться и изъ разсмотрѣннаго слѣдующаго чертежа, на которомъ одинъ верніокъ раздѣленъ на 3 равныя части, и 2 вершкѣ, вмѣстѣ взятые, также раздѣлены на 3 равныя части. Сравнивая 2 трети доли одного верніка съ одной третью двухъ вершковъ, видимъ, что онѣ равны по своей величинѣ.



Изъ сказаннаго слѣдуетъ также, что частное отъ дѣленія одного цѣлаго числа на другое цѣлое число равняется дроби, у которой числитель равенъ дѣлителю, а знаменатель дѣлѣтелю, и на оборотъ, что всякую дробь можно разсматривать какъ частное, происшедшее отъ дѣленія числителя на знаменатель.

Дѣленіе безъ остатка можно исполнять и въ случаѣ дѣленія по содержанію, но при этомъ нѣжно условиться въ томъ, что обозначаетъ

въ этомъ случаѣ дѣленія частное, когда оно дробное, такъ какъ показывать, сколько разъ одно число содержится въ другомъ, можетъ только число цѣлое. Положимъ, наприимѣръ, требуется раздѣлить 187 вершковъ на 12 вершковъ, т. е. узнать, сколько разъ въ 187 в. заключается 12 в. Производя дѣленіе обыкновеннымъ образомъ, мы получаемъ въ частномъ 15 и въ остаткѣ 7 вершковъ, т. е. что въ 187 в. 12 в. заключается 15 разъ, но при этомъ еще остается въ дѣлимомъ 7 вершковъ. Принимая во вниманіе, что 1 вершокъ составляетъ одну двѣнадцатую часть дѣлителя, т. е. 12 вершковъ, находимъ, что въ полученномъ остаткѣ, т. е. 7 вершкахъ, эта двѣнадцатая часть дѣлителя заключается 7 разъ. Это и условимся обозначать въ частномъ въ видѣ дроби $\frac{7}{12}$, которая такимъ образомъ будетъ указывать, что въ остаткѣ заключается $\frac{7}{12}$ дѣлителя, все же частное $15\frac{7}{12}$ будетъ показывать, что въ дѣлимомъ 187 в. заключается 15 цѣлыхъ дѣлителей и еще $\frac{7}{12}$ его частей. Такимъ образомъ, условившись принимать, что дробь, находящаяся въ частномъ, указываетъ, какая часть дѣлителя заключается въ дѣлимомъ, мы имѣемъ возможность, и при дѣленіи по содержанію, исполнять его безъ остатка.

З а д а ч и.

- 57) Что такое половина, треть, четверть?
- 58) Въ одномъ цѣломъ сколько половинъ, третей, четвертей?
- 59) Въ цѣломъ сколько пятыхъ, седьмыхъ, девярыхъ, одиннадцатыхъ, семнадцатыхъ, сорокъ девярыхъ, семьдесятъ пятыхъ, сотыхъ, сто двадцать пятыхъ, триста сорокъ седьмыхъ?
- 60) Что получится, если раздѣлимъ фунтъ сахара:
- | | | | | | | | | | |
|----|----|----|---------|--------|---|----------|----|--------|---------|
| а) | на | 4 | равныя | части | и | возьмемъ | 3 | такія | части? |
| б) | " | 7 | равныхъ | частей | и | возьмемъ | 5 | такихъ | частей? |
| в) | " | 14 | " | " | " | " | 6 | " | " |
| г) | " | 13 | " | " | " | " | 10 | " | " |
| д) | " | 18 | " | " | " | " | 17 | " | " |
- 61) Какъ получаются:
- а) одна одиннадцатая,
 - б) одна тринадцатая,
 - в) 7 пятнадцатыхъ,
 - г) 9 девятнадцатыхъ,
 - д) 14 двадцатыхъ,
 - е) 7 тридцать седьмыхъ,
 - ж) 42 пятьдесятъ девярыхъ,
 - з) 24 шестьдесятъ восьмыхъ,
 - и) 7 двадцать пятыхъ,
 - і) 18 восемьдесятъ четвертыхъ?
- 62) Если я имѣю пять двѣнадцатыхъ долей аршина, то сколько мнѣ недостаётъ до цѣлаго аршина?
- 63) Сколько десятыхъ долей должно отнять отъ цѣлаго фунта, чтобы осталось три десятыхъ фунта?

- 64) Какъ получить двѣ пятыхъ рубля, пять восьмыхъ фунта, пять шестыхъ часа?
- 65) Учитель роздалъ 6 ученикамъ дюжину перьевъ. Какую часть дюжины получилъ каждый ученикъ?
- 66) Два крестьянина купили 1 саж. дровъ, которую раздѣлили между собою поровну; сколько получилъ каждый?
- 67) Фунтъ сахара израсходовали въ 3 дня. Какую часть фунта тратили ежедневно?
- 68) Въ одномъ домѣ еженедѣльно выходитъ 1 фунтъ соли. Какая часть фунта выходитъ ежедневно?
- 69) Фунтъ конфѣктъ былъ раздѣленъ поровну между 5-ю дѣвочками; а) сколько получила каждая, б) сколько получили 3 дѣвочки?
- 70) Цѣлый хлѣбъ раздѣлили поровну между 8 рабочими: а) какую часть хлѣба получилъ каждый рабочій, б) какую часть хлѣба получили 3 работника, в) какою частью хлѣба получили 5 рабочихъ болѣе остальныхъ 3 рабочихъ?
- 71) Дѣвочка имѣла листъ красной бумаги. Изъ полъ-листа этой бумаги она склеила себѣ коробочку, а другую половину листа раздѣлила поровну между четырьмя своими братьями. Какую часть листа получилъ каждый братъ?
- 72) Раздѣлимъ 4 аршина на 9 равныхъ частей. Чему равняется каждая часть?
- 73) Если я каждый день съѣдаю $\frac{1}{4}$ хлѣба, то во сколько дней я съѣлъ весь хлѣбъ?
- 74) Пароходъ, двигаясь равномерно, прошѣлъ въ теченіе сутокъ 264 версты; а) какую часть всего разстоянія пароходъ проходилъ въ каждый часъ, б) на какую часть всего разстоянія пароходъ прошѣлъ въ 3 часа мѣнѣе, чѣмъ въ 8 часовъ?
- 75) Какъ должно обозначить:
- | | | | | |
|-------------------------|-------|-------|----|-------------|
| а) 1 часть | II-й | линии | въ | I. чертежѣ. |
| б) 1, 2, 3 части | III-й | " | " | I. " |
| в) 1, 2 части | IV-й | " | " | I. " |
| г) 1, 2, 3, 4, 5 частей | V-й | " | " | I. " |
| д) 2, 3, 4 части | VI-й | " | " | I. " |
| е) 2, 3, 5, 6 частей | VII-й | " | " | I. " |
- 76) а) что значить и б) какъ надобно читать:
 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{8}$.
- 77) а) что значить и б) какъ надобно читать:
 $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{15}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{15}{23}$,
 $\frac{17}{30}$, $\frac{3}{35}$, $\frac{47}{57}$, $\frac{3}{64}$.
- 78) 15 аршинъ полотна раздѣлены на 48 равныхъ частей и взято а) 3, б) 4, в) 7, г) 12, д) 18 частей вмѣстѣ. Какія дроби получили и какъ ихъ обозначить?

§ 13.

Виды дробей.

Дроби могутъ быть меньше единицы, равны ей и больше ея. Если числитель меньше знаменателя, то и дробь меньше единицы; напр. $\frac{2}{5}$ меньше единицы, потому что въ единичѣхъ $\frac{5}{5}$. Если числитель больше знаменателя, то дробь больше единицы; $\frac{6}{5}$ больше единицы, потому что въ ней кромѣ $\frac{5}{5}$, или цѣлой единицы, содержится еще $\frac{1}{5}$. Если числитель равенъ знаменателю, то дробь равна единичѣхъ: $\frac{4}{4}$, $\frac{6}{6}$, $\frac{9}{9}$. . . составляютъ единицу. Дроби, меньшія единицы, называются правильными, а дроби, равныя или большія единицы — неправильными.

79) Изъ слѣдующихъ дробей выбрать правильныя дроби, неправильныя и смѣшанныя числа: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{19}$, $\frac{1}{28}$, $\frac{35}{14}$, $3\frac{4}{1}$, $3\frac{35}{7}$, $\frac{6}{19}$, $\frac{104}{137}$, $8\frac{1}{12}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{807}$, $\frac{103}{64}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{9}{41}$, $7\frac{1}{18}$, $\frac{13}{21}$, $17\frac{54}{127}$, $8\frac{1}{9}$, $98\frac{23}{24}$, $32\frac{3}{4}$.

§ 14.

Измѣненіе дроби при измѣненіи ея членовъ.

Выше было сказано (§ 11), что съ увеличеніемъ числа равныхъ частей, на которыя дѣлится единица, величина каждой доли уменьшается, и обратно, при уменьшеніи этого числа, доли увеличиваются. Такъ, восьмая доля меньше, чѣмъ четвертая, а третья больше, чѣмъ шестая. Принимая во вниманіе это и зная, что, при одинаковомъ числѣ единичъ въ числахъ, то изъ нихъ выражаетъ большую величину, которое составлено изъ большіхъ единичъ, заключаемъ, что дробь увеличивается, при уменьшеніи ея знаменателя, и уменьшается, при его увеличеніи, и что при равныхъ числителяхъ, больше та изъ дробей, у которой знаменатель меньше. Такъ изъ трехъ дробей $\frac{2}{10}$, $\frac{2}{5}$ и $\frac{2}{7}$ наибольшая дробь $\frac{2}{5}$.

Когда какую-либо единицу, раздѣленную уже на нѣсколько равныхъ частей, напримѣръ на 3 части, мы пожелаемъ раздѣлить на число частей въ нѣсколько разъ большее, напримѣръ въ два раза, то можемъ сдѣлать это, дѣля на это послѣднее число каждую изъ имѣющихся уже частей, т. е. во взятомъ нами примѣрѣ слѣдовательно, каждую изъ третьихъ долей на 2. Замѣтивъ это и принявъ во вниманіе, что при дѣленіи на какое-нибудь число каждой части единицы, мы въ это число разъ уменьшаемъ эту часть, во взятомъ нами случаѣ, напримѣръ, каждую треть въ два раза, находимъ, что вообще, при увеличеніи числа долей, на которое дѣлится цѣлая единица, въ нѣсколько разъ, каждая доля единицы во столько же разъ уменьшается. Поэтому, въ видѣ сказаннаго уже выше объ уменьшеніи дроби, при увеличеніи ея знаменателя, мы заключаемъ, что *когда числитель дроби не измѣняется, а знаменатель ея увеличивается въ нѣсколько разъ, то дробь во столько же разъ уменьшается, и обратно, слѣдовательно, когда числитель*

тель дроби не измѣняется, а знаменатель ея уменьшается въ нѣсколько разъ, дробь во столько же разъ увеличивается.

Такъ какъ, соединяя вмѣстѣ нѣсколько одинаковыхъ долей единицы, мы получимъ дробь тѣмъ больше, чѣмъ больше возьмемъ долей, то понятно, что, при равныхъ знаменателяхъ, та дробь больше, у которой числитель больше. Напримѣръ, изъ дробей $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{12}$ и $\frac{9}{12}$ наибольшая дробь есть послѣдняя. Въ виду этого легко понять, что измѣненіе дроби, при увеличеніи и уменьшеніи въ нѣсколько разъ ея числителя только, совершается въ порядкѣ обратнымъ тому, какой мы сейчасъ видѣли при подобномъ же измѣненіи только одного знаменателя, а именно: *Если числитель дроби увеличится въ нѣсколько разъ, а знаменатель останется безъ перемѣны, то дробь во столько же разъ увеличится.* Напримѣръ, если вмѣсто дроби $\frac{5}{28}$ взять дробь $\frac{15}{28}$, то послѣдняя дробь будетъ въ 3 раза больше первой, потому что въ составъ ея такихъ же долей, какія въ первой дроби, входитъ въ три раза больше. Отсюда само собой уже понятно, что *если уменьшить числителя дроби въ нѣсколько разъ, оставивъ безъ измѣненія знаменателя, то дробь во столько же разъ уменьшится.*

Изъ сказаннаго объ измѣненіи дроби, при увеличеніи въ нѣсколько разъ отдѣльно каждаго изъ ея членовъ, слѣдуетъ, что *дробь не измѣняетъ своей величины, а измѣняетъ только свой видъ какъ при одновременномъ умноженіи ея членовъ на одно и то же число, такъ и при одновременномъ дѣленіи ихъ на одно и то же число.*

Напримѣръ, увеличивъ у дроби $\frac{7}{12}$ числителя и знаменателя въ 5 разъ, мы получимъ дробь $\frac{35}{60}$ совершенно равную дроби $\frac{7}{12}$, потому что хотя въ послѣдней дроби заключается въ 5 разъ большее число долей, чѣмъ въ первой, но за то каждая доля, входящая въ составъ второй дроби, въ 5 разъ меньше доли, входящей въ составъ первой дроби. Это послѣднее свойство дроби принято называть *основнымъ ея свойствомъ.*

Если члены дроби одновременно умножить на числа кратныя между собою, то дробь увеличится или уменьшится, смотря по тому, соответственно на большее или на меньшее изъ этихъ чиселъ умножился числитель дроби и, обратно, если одновременно дѣлить оба члена дроби на такія же числа, то дробь уменьшится или увеличится, смотря по тому, соответственно на большее или на меньшее изъ чиселъ дѣлится числитель. При этомъ дробь какъ увеличивается, такъ и уменьшается въ этомъ случаѣ во столько разъ, сколько разъ меньшее число заключается въ большемъ. Такъ, напримѣръ, если числителя дроби $\frac{3}{4}$ умножить на 4, а знаменателя на 28, то дробь уменьшится въ 7 разъ, потому что, при умноженіи числителя, дробь увеличится только въ 4 раза, а при умноженіи знаменателя, она уменьшится въ 28 разъ.

З а д а ч и:

80) Которая изъ слѣдующихъ дробей наибольшая и которая наименьшая:

а) $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{57}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{15}$.

г) $\frac{8}{47}$, $\frac{8}{35}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{8}{100}$, $\frac{8}{93}$.

б) $\frac{3}{14}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{3}{67}$, $\frac{3}{96}$, $\frac{3}{10}$.

д) $\frac{57}{94}$, $\frac{57}{68}$, $\frac{57}{58}$, $\frac{57}{82}$, $\frac{57}{95}$.

в) $\frac{15}{37}$, $\frac{15}{12}$, $\frac{15}{8}$, $\frac{15}{77}$, $\frac{15}{46}$.

81) Которая изъ слѣдующихъ дробей наибольшая и которая наименьшая:

а) $\frac{3}{17}$, $\frac{5}{17}$, $\frac{9}{17}$, $\frac{4}{17}$, $\frac{2}{17}$, $\frac{7}{17}$.

б) $\frac{7}{23}$, $\frac{21}{23}$, $\frac{18}{23}$, $\frac{3}{23}$, $\frac{27}{23}$, $\frac{19}{23}$.

в) $\frac{8}{75}$, $\frac{1}{75}$, $\frac{16}{75}$, $\frac{74}{75}$, $\frac{14}{75}$, $\frac{5}{75}$.

г) $\frac{37}{87}$, $\frac{77}{87}$, $\frac{57}{87}$, $\frac{7}{87}$, $\frac{17}{87}$, $\frac{86}{87}$.

д) $\frac{13}{96}$, $\frac{44}{96}$, $\frac{37}{96}$, $\frac{18}{96}$, $\frac{27}{96}$, $\frac{95}{96}$.

е) $\frac{18}{127}$, $\frac{28}{127}$, $\frac{4}{127}$, $\frac{48}{127}$, $\frac{138}{127}$, $\frac{105}{127}$.

82) Напишите дроби въ № 80 въ такомъ порядкѣ, чтобы каждая слѣдующая дробь была больше предыдущей.

83) Напишите дроби въ № 81 въ такомъ порядкѣ, чтобы каждая слѣдующая дробь была меньше предыдущей.

84) Что больше: четыре четверти или пять пятыхъ яблока?

85) Портной употребилъ на одно пальто $3\frac{1}{9}$ арш. сукна, а на другое $3\frac{8}{9}$ арш. На которое въ этихъ пальто пошло больше сукна и на сколько?

86) Одинъ мальчикъ можетъ исписать въ часъ $\frac{3}{4}$ листа бумаги, а другой — $\frac{3}{5}$. Кто изъ нихъ пишетъ скорѣе?

87) Одна женщина купила $6\frac{5}{8}$ арш. ситцу и заплатила по 2 коп. за каждую $\frac{1}{8}$ арш., а другая женщина, платя за арш. столько же, купила того же ситца $5\frac{3}{8}$ арш. Которая изъ нихъ заплатила больше и на сколько?

88) Четыре работника получили за работу известную сумму денегъ, которую раздѣлили такъ, что первый получилъ $\frac{22}{77}$, второй $\frac{22}{99}$, третій $\frac{22}{154}$ и четвертый $\frac{22}{63}$ всей суммы. Который изъ работниковъ получилъ наибольшую часть и который наименьшую?

89) Утромъ я гулялъ $\frac{6}{10}$ часа, а вечеромъ $\frac{6}{15}$; въ какое время я гулялъ больше?

90) Во сколько разъ а) $\frac{1}{4}$ менѣе $\frac{1}{2}$.

б) $\frac{1}{8}$ " $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$.

в) $\frac{1}{12}$ " $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$.

г) $\frac{1}{36}$ " $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{16}$.

91) Во сколько разъ а) $\frac{1}{6}$ болѣе $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{60}$, $\frac{1}{48}$.

б) $\frac{1}{7}$ " $\frac{1}{21}$, $\frac{1}{42}$, $\frac{1}{56}$.

в) $\frac{1}{13}$ " $\frac{1}{65}$, $\frac{1}{91}$, $\frac{1}{143}$.

г) $\frac{1}{15}$ " $\frac{1}{75}$, $\frac{1}{90}$, $\frac{1}{165}$.

92) Во сколько разъ а) $\frac{3}{4}$ болѣе $\frac{1}{4}$.

б) $\frac{4}{5}$ " $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$.

в) $\frac{4}{7}$ " $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{7}$.

г) $\frac{10}{13}$ " $\frac{1}{13}$, $\frac{2}{13}$, $\frac{5}{13}$.

- 93) Во сколько разъ а) $\frac{2}{9}$ меньше $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{4}{9}$.
 б) $\frac{3}{11}$ " $\frac{6}{11}$, $\frac{9}{11}$, $\frac{12}{11}$.
 в) $\frac{5}{27}$ " $\frac{15}{27}$, $\frac{25}{27}$, $\frac{35}{27}$.
 г) $\frac{32}{85}$ " $\frac{36}{85}$, $\frac{60}{85}$, $\frac{84}{85}$.

- 94) Во сколько разъ а) $\frac{1}{3}$ больше $\frac{2}{6}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{30}$.
 б) $\frac{1}{5}$ " $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{35}$, $\frac{1}{50}$, $\frac{1}{65}$.
 в) $\frac{1}{7}$ " $\frac{1}{14}$, $\frac{1}{28}$, $\frac{1}{35}$, $\frac{1}{56}$.
 г) $\frac{1}{12}$ " $\frac{1}{36}$, $\frac{1}{60}$, $\frac{1}{84}$, $\frac{1}{96}$.

- 95) Во сколько разъ а) $\frac{1}{12}$ меньше $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$.
 б) $\frac{13}{40}$ " $\frac{13}{5}$, $\frac{13}{8}$, $\frac{13}{4}$.
 в) $\frac{17}{36}$ " $\frac{17}{18}$, $\frac{17}{6}$.
 г) $\frac{6}{45}$ " $\frac{6}{9}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{6}{3}$.

96) Во сколько разъ больше или меньше следующие дроби одна другой: а) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{8}{16}$, б) $\frac{2}{3}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$, в) $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{15}$, $\frac{21}{35}$.

97) Выразить следующие дроби знаменателями в 6 разъ большими данныхъ: а) $\frac{1}{2}$, б) $\frac{3}{4}$, в) $\frac{5}{6}$, г) $\frac{5}{8}$, д) $\frac{7}{9}$, е) $\frac{11}{8}$.

98) Дѣвочка, желая уменьшить дробь в 9 разъ, умножила ея числителя на 9, вѣрно ли она поступила, и что надо сдѣлать съ знаменателемъ полученной дроби, чтобы поправить ошибку?

99) Одному работнику досталось $\frac{3}{5}$ всехъ заработанныхъ денегъ, а другому в 3 раза меньше, нежели первому. Какую часть денегъ получилъ другой работникъ?

100) Веревка, длиною $50\frac{5}{8}$ арш. разрѣзана на 5 равныхъ частей. Найти длину 3 такихъ частей веревки?

101) 8 рублей раздѣлить поровну между 3 рабочими.

102) Отъ веревки, длиною в аршинъ, отрѣзано 14 вершковъ. Какая часть веревки осталась?

103) Сколько сахара останется изъ 15 фнт. черезъ 12 дней, если в день выходить по $\frac{1}{12}$ фнт.?

104) Старшему брату досталось $\frac{5}{6}$ всего наслѣдства, а младшему в 4 раза меньше, нежели старшему. Какую часть наслѣдства получилъ младшій братъ?

105) Заказали 14 жилетовъ и на каждый жилетъ велѣли употребить $\frac{1}{7}$ арш. Сколько сукна пошло на все 14 жилетовъ?

106) Отъ куска сукна в 4 арш. портной отрѣзалъ на каждый изъ 2 жилетовъ по $\frac{5}{16}$ арш., а изъ всего остальнаго сукна сдѣлалъ сюртукъ. Сколько арш. сукна пошло на сюртукъ?

107) В пансіонѣ находятся 25 мальчиковъ; на каждого мальчика полагается в день $\frac{18}{25}$ фнт. мяса. Сколько мяса а) выйдет на всехъ мальчиковъ в одинъ день? б) в теченіе одной недѣли?

108) Учитель задалъ увеличить дробь $\frac{1}{4}$ в 7 разъ; одинъ ученикъ по ошибкѣ получилъ $\frac{1}{28}$. Что теперь надо сдѣлать съ этою новою дробью, чтобы исполнить требованіе учителя?

109) Два мальчика бѣгутъ въ перегонку: одинъ въ 3 минуты пробѣгаетъ $1\frac{4}{20}$ верстъ, а другой въ 4 минуты $\frac{7}{15}$ верст. На сколько первый мальчикъ обгонитъ втораго въ 6 минутъ?

110) Крестьянка разсчитывала продать 7 десятковъ яицъ за 70 коп., а продала по этой цѣнѣ всего только $3\frac{1}{2}$ десятка. Сколько денегъ получила она за эти $3\frac{1}{2}$ десятка яицъ?

§ 15.

Преобразованія дробныхъ чиселъ:

а) Обращеніе смѣшаннаго числа въ неправильную дробь.

Выше (въ § 13) было сказано, что если числитель дроби равенъ ей знаменателю, то дробь эта равна единицѣ. Отсюда очевидно, что единицу всегда можно представить въ видѣ дроби съ какимъ угодно знаменателемъ, соблюдая только, чтобы числитель этой дроби равнялся ей знаменателю. Но если можно представить въ видѣ дроби одну единицу, то понятно можно представить въ видѣ дроби и какое угодно число единицъ, т. е. всякое цѣлое число. Въ этомъ послѣднемъ случаѣ числитель дроби уже не будетъ, конечно, равенъ ей знаменателю, а будетъ во столько разъ больше его, сколькоимъ цѣлымъ единицамъ будетъ равна сама дробь, т. е. въ два раза, если дробь равна двумъ единицамъ, въ три раза, если тремъ единицамъ и т. д. Короче сказать, числитель дроби, равной цѣлому числу, равенъ произведенію ей знаменателя на то цѣлое число, которому равна эта дробь. Такъ, напримѣръ, выражая 3 въ пятыхъ доляхъ, мы получимъ дробь $\frac{15}{5}$, потому что одна единица состоитъ изъ $\frac{5}{5}$, а 3 единицы изъ числа пятыхъ въ 3 раза большаго. Также $\frac{24}{3}$ выражаютъ число 8 въ третьихъ доляхъ единицы и т. п.

Возможность представить цѣлое число въ видѣ дроби съ какимъ угодно знаменателемъ даётъ возможность въ случаѣ надобности выражать въ видѣ дроби и смѣшанное число. Положимъ, напримѣръ, требуется число $5\frac{3}{8}$ представить въ видѣ дроби со знаменателемъ 8. Для этого выразимъ сначала въ восьмыхъ доляхъ 5 цѣлыхъ единицъ. Какъ сказано выше, для этого нужно знаменателя дроби, въ видѣ которой желаемъ выразить это число, т. е. 8, умножить на 5, и тогда получимъ числителя искомой дроби 40. Вся же дробь, равная 5 единицамъ, будетъ $\frac{40}{8}$. Соединяя теперь эту дробь, выражающую цѣлую часть смѣшаннаго числа, съ дробною частью того же числа, въ которой заключается 3 восьмыхъ доли, мы получимъ всего 48 восьмыхъ долей, т. е. дробь $\frac{48}{8}$, которая и будетъ равна смѣшанному числу $5\frac{3}{8}$. Отсюда получается слѣдующее правило. *Чтобы*

обратить смѣшанное число въ дробь, нужно знаменателя дроби, входящей въ смѣшанное число, умножить на цѣлое число, входящее въ составъ той же смѣшаннаго числа, къ полученному произведенію прибавить числителя той же дроби и полученную сумму принять числителемъ искомой дроби. Знаменателемъ же принять знаменатель дроби, входящей въ составъ смѣшаннаго числа. Такъ какъ дроби, равныя единицѣ и большія ея, называются неправильными, то выражая цѣлое и смѣшанное число дробью, мы, очевидно, всегда получаемъ дробь неправильную.

Сравнивая обращеніе смѣшаннаго числа въ неправильную дробь съ раздробленіемъ составныхъ именованныхъ чиселъ, мы находимъ полное сходство между этими двумя преобразованіями чиселъ.

§ 16.

6) Исключеніе цѣлаго изъ неправильной дроби.

Принимая во вниманіе сказанное въ предыдущемъ параграфѣ объ обращеніи смѣшаннаго числа въ неправильную дробь, находимъ, что всякую неправильную дробь легко обратить въ смѣшанное число, исключивъ изъ этой дроби все заключающіяся въ ней цѣлыя единицы и отдѣливъ получившееся при этомъ цѣлое число отъ оставшейся правильной уже дроби.

Положимъ, напримѣръ, требуется $\frac{59}{8}$ обратить въ смѣшанное число. Такъ какъ для составленія цѣлой единицы восьмыхъ долей нужно 8, то очевидно, что въ данной дроби $\frac{59}{8}$ цѣлыхъ единицъ заключается столько, сколько разъ $\frac{8}{8}$ заключается въ $\frac{59}{8}$. Но $\frac{8}{8}$ въ $\frac{59}{8}$ заключается столько же разъ, сколько и 8 цѣлыхъ заключается въ 59 цѣлыхъ, а это опредѣляется дѣленіемъ 59 на 8. Такимъ образомъ находимъ, что для опредѣленія числа цѣлыхъ единицъ, заключающихся въ данной дроби, нужно числителя данной неправильной дроби дѣлить на число, показывающее сколько такихъ долей, изъ которыхъ составлена данная неправильная дробь, составляютъ одну единицу. А такъ какъ это послѣднее число всегда равно знаменателю данной дроби, то, слѣдовательно, для опредѣленія числа цѣлыхъ единицъ, заключающихся въ данной неправильной дроби, нужно дѣлить ея числителя на ея же знаменателя. Раздѣливъ 59 на 8, мы получимъ въ частномъ 7 и въ остаткѣ 3. Изъ этого заключаемъ, что цѣлыхъ единицъ въ дроби $\frac{59}{8}$ заключается 7, и что, по исключеніи ихъ, составляющихъ вмѣстѣ $\frac{56}{8}$, въ дроби $\frac{59}{8}$ остается еще восьмыхъ долей 3. Такимъ образомъ находимъ, что дробь $\frac{59}{8}$ равна смѣшанному числу $7\frac{3}{8}$. Изъ всего этого получается слѣдующее правило. Чтобы обратить неправильную дробь въ смѣшанное число, должно числителя ея раздѣлить на знаменателя, тогда полученное въ частномъ цѣлое число предоставитъ цѣлое число, входящее въ составъ искомаго смѣшаннаго числа, а полученный при этомъ дѣленіи остатокъ пред-

ставитъ числителя дроби, входящей въ составъ искомаго смѣшаннаго числа, знаменатель же этой дроби будетъ одинаковъ со знаменателемъ данной дроби. Само по себѣ понятно, что когда числитель данной неправильной дроби дѣлится на ея знаменателя безъ остатка, то данная дробь равно цѣлому числу.

Сравнивая обращеніе неправильной дроби въ смѣшанное число или, какъ иначе говорятъ, исключеніе цѣлаго числа изъ неправильной дроби съ превращеніемъ составныхъ именованныхъ чиселъ, опять находимъ полное сходство между этими двумя преобразованіями чиселъ.

Обратить слѣдующія смѣшанныя числа въ неправильныя дроби:

- 111) $2\frac{3}{4}$, $4\frac{7}{8}$, $9\frac{5}{16}$, $17\frac{29}{32}$.
- 112) $4\frac{2}{3}$, $8\frac{5}{6}$, $12\frac{7}{12}$, $74\frac{5}{36}$.
- 113) $7\frac{3}{5}$, $15\frac{23}{35}$, $28\frac{65}{72}$, $45\frac{43}{125}$.
- 114) $12\frac{5}{7}$, $27\frac{8}{21}$, $127\frac{23}{42}$, $346\frac{47}{234}$.
- 115) $39\frac{8}{15}$, $43\frac{17}{35}$, $138\frac{37}{73}$, $283\frac{115}{201}$.
- 116) $15\frac{34}{37}$, $42\frac{13}{100}$, $86\frac{23}{48}$, $127\frac{145}{347}$.
- 117) $20\frac{133}{400}$, $15\frac{325}{409}$, $24\frac{346}{579}$, $448\frac{369}{965}$.
- 118) $6\frac{207}{460}$, $28\frac{946}{957}$, $31\frac{468}{649}$, $135\frac{45}{289}$.
- 119) $13\frac{7}{17}$, $52\frac{19}{87}$, $132\frac{37}{98}$, $247\frac{146}{375}$.
- 120) $9\frac{343}{9040}$, $17\frac{379}{8474}$, $29\frac{574}{3675}$.

З а д а ч и:

121) На сколько каждая изъ слѣдующихъ дроби менѣе цѣлаго:

- а) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{18}{19}$, $\frac{24}{25}$, $\frac{87}{88}$.
- б) $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{6}{11}$, $\frac{10}{15}$, $\frac{21}{26}$.
- в) $\frac{1}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{17}{24}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{8}{17}$, $\frac{27}{36}$, $\frac{2}{17}$, $\frac{31}{46}$, $\frac{114}{129}$.
- г) $\frac{2}{27}$, $\frac{75}{100}$, $\frac{213}{248}$, $\frac{17}{66}$, $\frac{128}{187}$, $\frac{13}{97}$, $\frac{129}{213}$.

122) На сколько каждая изъ слѣдующихъ дроби болѣе цѣлаго:

- а) $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{9}{8}$, $\frac{12}{9}$, $\frac{13}{15}$, $\frac{22}{19}$, $\frac{31}{126}$, $\frac{52}{47}$.
- б) $\frac{15}{8}$, $\frac{43}{34}$, $\frac{56}{48}$, $\frac{24}{13}$, $\frac{76}{65}$, $\frac{98}{87}$, $\frac{31}{16}$, $\frac{75}{57}$, $\frac{91}{73}$.
- в) $\frac{49}{28}$, $\frac{54}{33}$, $\frac{32}{10}$, $\frac{86}{57}$, $\frac{128}{67}$, $\frac{157}{79}$, $\frac{387}{194}$.
- г) $\frac{32}{16}$, $\frac{78}{39}$, $\frac{110}{55}$, $\frac{284}{142}$, $\frac{276}{138}$, $\frac{358}{199}$, $\frac{3738}{1869}$.

123) Я имѣю $\frac{5}{6}$ аршина. Сколько мнѣ недостаетъ до цѣлаго аршина?

Исключить цѣлыя числа изъ слѣдующихъ дроби.

- 124) $\frac{36}{2}$, $\frac{32}{4}$, $\frac{48}{8}$, $\frac{64}{16}$, $\frac{96}{32}$.
- 125) $\frac{36}{3}$, $\frac{42}{6}$, $\frac{48}{12}$, $\frac{72}{24}$, $\frac{144}{48}$.

- 126) $\frac{35}{7}$, $\frac{51}{17}$, $\frac{81}{27}$, $\frac{777}{37}$, $\frac{1692}{47}$.
 127) $\frac{55}{11}$, $\frac{132}{2}$, $\frac{544}{32}$, $\frac{527}{31}$, $\frac{560}{17}$.
 128) $\frac{65}{13}$, $\frac{81}{13}$, $\frac{442}{26}$, $\frac{351}{39}$, $\frac{760}{52}$.
 129) $\frac{136}{17}$, $\frac{306}{34}$, $\frac{663}{51}$, $\frac{1743}{680}$, $\frac{18765}{833}$,
 130) $\frac{285}{57}$, $\frac{1314}{78}$, $\frac{1599}{39}$, $\frac{1786}{47}$, $\frac{1738}{79}$.
 131) $\frac{25}{15}$, $\frac{75}{25}$, $\frac{105}{35}$, $\frac{180}{45}$.

§ 17.

в) Сокращеніе дроби.

Выше мы видѣли, что равныя между собою дроби могутъ имѣть различныхъ числителей и различныхъ знаменателей, такъ $\frac{2}{3} = \frac{1}{1.5}$; $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ и т. п. Дробь, у которой числитель и знаменатель числа меньшія, считается проще, потому что легче представить себѣ ея составъ. Поэтому, а также и потому, что при ариѳметическихъ дѣйствіяхъ надъ дробями, какъ увидимъ далѣе, производятся дѣйствія надъ ихъ членами, а надъ числами меньшими ариѳметическія дѣйствія производить легче, чѣмъ надъ числами большими, всегда стараются данную дробь, когда возможно, замѣнить такою ей равною дробью, у которой члены были бы числа меньшія, чѣмъ у данной. Такая замѣна данной дроби равной ей, но болѣе простой дробью называется сокращеніемъ дроби.

Такъ какъ уменьшать члены дроби, не измѣняя величины самой дроби, какъ мы видѣли ранѣе, можно только дѣленіемъ числителя и знаменателя на одно и тоже число (§ 14), то, очевидно, сокращеніе дроби возможно только тогда, когда числитель и знаменатель ея числа взаимно непростыя. Положимъ, напримѣръ, дана дробь $\frac{36}{84}$. Такъ какъ члены этой дроби имѣютъ общихъ дѣлителей, напримѣръ, 2, 3, 6, то члены ея можно уменьшить одновременнымъ дѣленіемъ обоихъ ихъ на эти числа, и при этомъ величина дроби не будетъ измѣняться. Дѣля, напримѣръ, на 2, получимъ $\frac{18}{42}$, дѣля на 6, получимъ $\frac{6}{14}$, дроби равныя данной, но болѣе простыя. Легко понять, что простѣйшая дробь, при сокращеніи, получится въ томъ случаѣ, когда числителя и знаменателя раздѣлимъ на ихъ общаго наибольшаго дѣлителя. Въ данномъ примѣрѣ общ. н. д. членовъ дроби 12. Раздѣливъ на него оба члена дроби, получимъ дробь $\frac{3}{7}$, самую простую изъ дробей равныхъ данной дроби и уже несократимую. Такимъ образомъ видимъ, что для того чтобы сократить дробь, нужно числителя и знаменателя дроби дѣлить или послѣдовательно на ихъ общихъ дѣлителей, или, если извѣстенъ ихъ общ. н. д., то сразу на этого общ. н. д.

Вычисленія при этомъ обыкновенно записываются такъ, что справа вверхъ данной дроби въ дугѣ пишутъ того общаго дѣлителя, на который дѣлятъ ея члены, или, какъ говорятъ, сокращаютъ дробь, и потомъ дробь полученную послѣ этого сокращенія, соединяя ее съ

данной знакомъ равенства. Такъ для дроби $\frac{36}{84}$ сокращенія записыаются такъ:

$$\frac{36}{84} = \frac{2}{18/42} = \frac{2}{9/21} = \frac{3}{7} \text{ или } \frac{36}{84} = \frac{12}{7}.$$

Сократить дроби:

- | | | | |
|--|---|---|--|
| 132) а) $\frac{2}{4}$
б) $\frac{2}{6}$
в) $\frac{2}{3}$ | 133) а) $\frac{3}{6}$
б) $\frac{3}{12}$
в) $\frac{3}{18}$ | 134) а) $\frac{5}{15}$
б) $\frac{5}{25}$
в) $\frac{5}{30}$ | 135) а) $\frac{7}{14}$
б) $\frac{7}{35}$
в) $\frac{7}{56}$ |
| 136) а) $\frac{7}{63}$
б) $\frac{7}{84}$
в) $\frac{7}{91}$ | 137) а) $\frac{7}{21}$
б) $\frac{7}{42}$
в) $\frac{7}{98}$ | 138) а) $\frac{9}{108}$
б) $\frac{9}{196}$
в) $\frac{9}{153}$ | 139) а) $\frac{10}{30}$
б) $\frac{20}{50}$
в) $\frac{60}{70}$ |
| 140) а) $\frac{11}{121}$
б) $\frac{11}{132}$
в) $\frac{11}{176}$ | 141) а) $\frac{13}{26}$
б) $\frac{13}{65}$
в) $\frac{13}{91}$ | 142) а) $\frac{13}{39}$
б) $\frac{13}{52}$
в) $\frac{13}{78}$ | 143) а) $\frac{17}{51}$
б) $\frac{17}{68}$
в) $\frac{17}{85}$ |
| 144) а) $\frac{19}{57}$
б) $\frac{19}{76}$
в) $\frac{40}{48}$ | 145) а) $\frac{23}{69}$
б) $\frac{23}{92}$
в) $\frac{33}{115}$ | 146) а) $\frac{29}{58}$
б) $\frac{29}{87}$
в) $\frac{29}{145}$ | 147) а) $\frac{37}{111}$
б) $\frac{37}{555}$
в) $\frac{37}{999}$ |
| 148) а) $\frac{4}{10}$
б) $\frac{16}{28}$
в) $\frac{19}{95}$ | 149) а) $\frac{32}{48}$
б) $\frac{96}{160}$
в) $\frac{194}{488}$ | 150) а) $\frac{45}{72}$
б) $\frac{81}{108}$
в) $\frac{162}{567}$ | 151) а) $\frac{18}{30}$
б) $\frac{42}{66}$
в) $\frac{37}{999}$ |
| 152) а) $\frac{48}{156}$
б) $\frac{126}{198}$
в) $\frac{252}{396}$ | 153) а) $\frac{35}{65}$
б) $\frac{75}{275}$
в) $\frac{875}{1125}$ | 154) а) $\frac{40}{90}$
б) $\frac{150}{400}$
в) $\frac{800}{960}$ | 155) а) $\frac{30}{200}$
б) $\frac{400}{3600}$
в) $\frac{600}{9000}$ |
| 156) а) $\frac{12000}{12800}$
б) $\frac{7000}{91000}$
в) $\frac{65000}{52000}$ | 157) а) $\frac{75}{105}$
б) $\frac{120}{225}$
в) $\frac{165}{255}$ | 158) а) $\frac{225}{270}$
б) $\frac{315}{405}$
в) $\frac{360}{495}$ | 159) а) $\frac{75}{175}$
б) $\frac{174}{300}$
в) $\frac{325}{425}$ |
| 160) а) $\frac{66}{121}$
б) $\frac{88}{165}$
в) $\frac{88}{154}$ | 161) а) $\frac{176}{198}$
б) $\frac{132}{220}$
в) $\frac{264}{484}$ | 162) а) $\frac{39}{52}$
б) $\frac{65}{91}$
в) $\frac{78}{104}$ | 163) а) $\frac{14}{15}$
б) $\frac{42}{63}$
в) $\frac{56}{77}$ |
| 164) а) $\frac{28}{12}$
б) $\frac{56}{70}$
в) $\frac{84}{98}$ | 165) а) $\frac{63}{84}$
б) $\frac{105}{147}$
в) $\frac{231}{315}$ | 166) а) $\frac{196}{210}$
б) $\frac{204}{378}$
в) $\frac{462}{630}$ | 167) а) $\frac{31}{85}$
б) $\frac{119}{204}$
в) $\frac{153}{272}$ |
| 168) а) $\frac{57}{133}$
б) $\frac{171}{209}$
в) $\frac{152}{247}$ | 169) а) $\frac{92}{161}$
б) $\frac{115}{207}$
в) $\frac{253}{437}$ | 170) а) $\frac{145}{232}$
б) $\frac{203}{348}$
в) $\frac{116}{377}$ | 171) а) $\frac{217}{527}$
б) $\frac{185}{333}$
в) $\frac{259}{666}$ |
| 172) а) $\frac{205}{697}$
б) $\frac{287}{451}$
в) $\frac{473}{731}$ | 173) а) $\frac{774}{989}$
б) $\frac{564}{893}$
в) $\frac{705}{1034}$ | 174) а) $\frac{689}{901}$
б) $\frac{1003}{4779}$
в) $\frac{1037}{3477}$ | 175) а) $\frac{871}{3685}$
б) $\frac{1065}{11147}$
в) $\frac{1759}{11315}$ |
| 176) а) $\frac{1659}{83661}$
б) $\frac{747}{87150}$
в) $\frac{979}{95408}$ | 177) а) $\frac{1092}{2093}$
б) $\frac{2275}{6754}$
в) $\frac{1495}{6499}$ | | |

г) Приведёніе дробей къ общему наименьшему знаменателю.

Въ вычисленіяхъ весьма часто бываетъ надобность данныя дроби, имѣющія различныхъ знаменателей и, слѣдовательно, составленныя не изъ одинаковыхъ долей единицы, замѣнять равными имъ по возможности простѣйшими дробями, составленными изъ одинаковыхъ долей и, слѣдовательно, имѣющими одинаковыхъ знаменателей. Такая замѣна дробей называется *приведеніемъ дробей къ общему наименьшему знаменателю*.

Положимъ, требуется привести къ общему наименьшему знаменателю дроби $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{15}$ и $\frac{4}{33}$. Вышеуказанное свойство дроби не измѣнять свою величину, при умноженіи ея членовъ на одно и то же число, даётъ возможность замѣнить каждую изъ этихъ дробей равною ей дробью съ другимъ знаменателемъ, который, по сказанному свойству дроби, непременно будетъ числомъ кратнымъ для знаменателя данной дроби. Такъ

$$\begin{array}{l} \text{дробь } \frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{10}{24} = \frac{5 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{15}{36} \text{ и т. д.} \\ \text{дробь } \frac{7}{15} = \frac{7 \cdot 2}{15 \cdot 2} = \frac{14}{30} = \frac{7 \cdot 5}{15 \cdot 5} = \frac{35}{75} \text{ и т. д.} \\ \text{дробь } \frac{4}{33} = \frac{4 \cdot 2}{33 \cdot 2} = \frac{8}{66} = \frac{4 \cdot 3}{33 \cdot 3} = \frac{12}{99} \text{ и т. д.} \end{array}$$

Но такъ какъ искомыя дроби, равныя даннымъ, которыми данныя дроби требуется замѣнить, знаменателемъ должны имѣть одно и то же число, и такъ какъ число это, по вышесказанному, должно быть кратное для каждаго изъ знаменателей данныхъ дробей, то значить, знаменателемъ искомыхъ дробей можетъ быть только число общее кратное для всѣхъ знаменателей данныхъ дробей, т. е. 12, 15 и 33. Но при вычисленіяхъ всегда желательно имѣть простѣйшія дроби. Поэтому, у искомыхъ дробей знаменателемъ желательно имѣть возможно наименьшее число, а изъ этого слѣдуетъ, что знаменателемъ искомыхъ дробей слѣдуетъ взять общее наименьшее кратное всѣхъ знаменателей данныхъ дробей, т. е. 12, 15 и 33. Опредѣляя извѣстными уже способами общ. н. кр. этихъ чиселъ, находимъ, что оно равно 660. Это число и должно быть знаменателемъ всѣхъ искомыхъ дробей. Зная его, легко уже найти и числителя каждой изъ искомыхъ дробей по слѣдующимъ соображеніямъ. Дробь, у которой знаменатель равенъ 660 тогда только можетъ быть равна одной изъ данныхъ дробей, напримѣръ $\frac{5}{12}$, когда числитель ея во столько же разъ больше числителя данной дроби, т. е. напримѣръ 5, во сколько разъ ея знаменатель 660 больше знаменателя данной, т. е. 12. Чтобы узнать послѣднее, раздѣлимъ найденнаго общаго знаменателя на знаменателя данной, т. е. 12. Тогда увидимъ, что новыи общій знаменатель больше знаменателя первой изъ данныхъ дробей въ 55 разъ. (Когда наимень-

шее кратное данныхъ знаменателей отыскивается по простымъ множителямъ, частное отъ дѣленія его на каждаго изъ знаменателей опредѣляется, какъ мы видѣли въ § 9, также весьма легко по разложеніямъ на простые множители.) Поэтому и числитель искомой дроби, равной дроби $\frac{5}{12}$, получится, когда умножимъ числитель данной дроби 5 на 55. Такимъ образомъ найдемъ, что искомая дробь, равная $\frac{5}{12}$ есть $\frac{5 \cdot 55}{12 \cdot 55} = \frac{275}{660}$. Совершенно также разсуждая, найдемъ, что дробь, имѣющая знаменателемъ число 660 и равная дроби $\frac{7}{15}$ есть $\frac{7 \cdot 44}{15 \cdot 44} = \frac{308}{660}$, а равная дроби $\frac{4}{33}$ есть $\frac{4 \cdot 20}{33 \cdot 20} = \frac{80}{660}$.

Такимъ образомъ, для приведенія дробей къ общему наименьшему знаменателю получаемъ слѣдующее правило. *Знаменателемъ искомыхъ дробей должно принять общ. н. кр. знаменателей данныхъ дробей, а числителями — произведенія числителей данныхъ дробей на частныя отъ дѣленія сказаннаго общ. н. кр. на знаменателей соответственно каждой изъ данныхъ дробей, т. е. числителемъ дроби, равной первой изъ данныхъ дробей, произведеніе числителя первой данной дроби на частное отъ дѣленія общ. н. кр. на знаменателя первой данной дроби, числителемъ дроби, равной второй изъ данныхъ дробей, произведеніе числителя второй данной дроби на частное отъ дѣленія общ. н. кр. на знаменателя второй данной дроби и т. д.*

Подобно приведенію дробей къ общему наименьшему знаменателю, можно приводить дроби къ общему наименьшему числителю съ тою разницею, что числителями дробей, равныхъ даннымъ и имѣющихъ одинаковыхъ числителей, принимаютъ общ. н. кр. числителей данныхъ дробей, а знаменателями — произведенія знаменателей данныхъ дробей на частныя отъ дѣленія сказаннаго общ. н. кр. на соответствующихъ знаменателей данныхъ дробей.

З а д а ч и:

178) На какія числа должно помножить числителя и знаменателя слѣдующихъ дробей а) $\frac{1}{6}$, б) $\frac{5}{7}$, в) $\frac{1}{8}$, г) $\frac{2}{3}$, чтобы знаменатель былъ у нихъ 42.

179) Точно такъ-же: а) $\frac{35}{36}$, б) $\frac{17}{24}$, в) $\frac{13}{18}$, г) $\frac{11}{12}$, д) $\frac{7}{9}$, е) $\frac{5}{8}$, ж) $\frac{5}{6}$, з) $\frac{2}{3}$, чтобы знаменатель былъ у нихъ 72.

180) На какія числа должны быть умножены числители и знаменатели слѣдующихъ дробей: а) $\frac{1}{3}$, б) $\frac{1}{5}$, в) $\frac{1}{15}$, г) $\frac{1}{25}$, при выраженіи ихъ въ 75-ыхъ доляхъ.

181) Выразить дроби: а) $\frac{7}{54}$, б) $\frac{8}{27}$, в) $\frac{13}{18}$, г) $\frac{7}{9}$, д) $\frac{5}{6}$, е) $\frac{3}{4}$, въ 108-ыхъ доляхъ.

182) Сколько 120-ыхъ составляютъ: а) $\frac{34}{60}$, б) $\frac{27}{40}$, в) $\frac{19}{24}$, г) $\frac{11}{15}$, д) $\frac{7}{12}$, е) $\frac{3}{10}$, ж) $\frac{7}{8}$, з) $\frac{5}{6}$, и) $\frac{3}{5}$, і) $\frac{3}{4}$.

183) Выразить дробь $\frac{3}{4}$: а) въ 24-ыхъ, б) въ 60-ыхъ, в) въ 28-ыхъ, г) въ 76-ыхъ, д) въ 100-ыхъ, е) въ 136-ыхъ, ж) въ 208-ыхъ, з) въ 316-ыхъ, и) въ 500-ыхъ, і) въ 896-ыхъ.

Привести слѣдующія дроби къ одному знаменателю:

- 184) а) $\frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{12}, \frac{19}{24}$
 б) $\frac{3}{7}, \frac{7}{10}, \frac{9}{14}, \frac{12}{35}, \frac{19}{70}$
 в) $\frac{13}{15}, \frac{17}{20}, \frac{39}{40}, \frac{47}{60}, \frac{59}{120}$
 г) $\frac{1}{2}, \frac{4}{6}, \frac{7}{18}, \frac{8}{27}, \frac{16}{154}, \frac{103}{108}$
- 185) а) $\frac{1}{5}, \frac{3}{8}, \frac{7}{19}, \frac{9}{25}, \frac{11}{30}, \frac{29}{40}$
 б) $\frac{7}{15}, \frac{13}{28}, \frac{7}{32}, \frac{11}{35}, \frac{21}{48}, \frac{43}{56}$
 в) $\frac{5}{9}, \frac{9}{14}, \frac{8}{15}, \frac{16}{21}, \frac{19}{24}, \frac{36}{42}$
 г) $\frac{5}{12}, \frac{13}{18}, \frac{17}{20}, \frac{9}{28}, \frac{16}{45}, \frac{13}{42}$
- 186) а) $\frac{2}{4}, \frac{73}{91}, \frac{11}{12}, \frac{19}{36}, \frac{17}{108}, \frac{104}{324}$
 б) $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}, \frac{53}{60}, \frac{33}{180}, \frac{37}{90}, \frac{307}{361}$
 в) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{5}{8}, \frac{7}{12}, \frac{13}{15}, \frac{17}{20}, \frac{19}{24}, \frac{19}{30}, \frac{82}{120}$
 г) $\frac{1}{4}, \frac{6}{8}, \frac{2}{3}, \frac{7}{9}, \frac{3}{5}, \frac{7}{12}, \frac{27}{36}, \frac{37}{40}, \frac{41}{45}, \frac{73}{90}, \frac{140}{180}, \frac{275}{360}$
- 187) а) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$
 б) $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \frac{5}{9}, \frac{8}{11}$
 в) $\frac{5}{7}, \frac{8}{13}, \frac{4}{5}, \frac{7}{11}, \frac{6}{8}$
 г) $\frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{13}{18}, \frac{31}{54}, \frac{72}{108}$
- 188) а) $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{9}{12}, \frac{3}{15}, \frac{17}{30}, \frac{35}{60}, \frac{57}{90}$
 б) $\frac{3}{4}, \frac{37}{120}, \frac{5}{6}, \frac{7}{10}, \frac{9}{14}, \frac{15}{22}, \frac{17}{30}, \frac{21}{34}, \frac{25}{48}$
 в) $\frac{7}{12}, \frac{5}{8}, \frac{11}{14}, \frac{7}{18}, \frac{29}{30}, \frac{11}{42}, \frac{43}{70}, \frac{13}{81}, \frac{15}{84}$
 г) $\frac{19}{20}, \frac{21}{25}, \frac{7}{24}, \frac{11}{36}, \frac{25}{42}, \frac{33}{70}, \frac{47}{100}, \frac{131}{150}$
- 189) а) $\frac{5}{8}, \frac{8}{15}, \frac{15}{26}, \frac{23}{24}, \frac{23}{30}$
 б) $\frac{11}{14}, \frac{7}{18}, \frac{41}{49}, \frac{32}{60}, \frac{13}{70}$
 в) $\frac{4}{15}, \frac{8}{25}, \frac{10}{21}, \frac{27}{35}, \frac{64}{105}$
 г) $\frac{15}{24}, \frac{25}{42}, \frac{19}{54}, \frac{91}{96}, \frac{105}{140}$
- 190) а) $\frac{7}{10}, \frac{4}{16}, \frac{7}{24}, \frac{11}{36}, \frac{25}{42}, \frac{33}{70}, \frac{47}{100}$
 б) $\frac{13}{15}, \frac{10}{25}, \frac{22}{35}, \frac{32}{55}, \frac{24}{55}, \frac{43}{75}, \frac{9}{77}$
 в) $\frac{5}{9}, \frac{11}{16}, \frac{22}{27}, \frac{15}{39}, \frac{15}{48}, \frac{74}{91}, \frac{103}{104}$
 г) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{3}{5}, \frac{9}{11}, \frac{50}{13}, \frac{9}{17}, \frac{18}{10}$

§ 19.

Дѣйствія надъ дробными числами:

а) Сложёніе дробей.

Положимъ, что требуется рѣшить такую задачу: „Отъ куска бархату одному покупателю отрѣзали $2\frac{3}{4}$ арш., другому $\frac{5}{8}$ арш., третьему $3\frac{2}{3}$ арш. и четвертому $\frac{1}{8}$ арш. Сколько всего бархату отрѣзано четырьмя покупателями?“ По условіямъ и вопросу этой задачи видно, что для ея рѣшенія требуется найти одно число, равное всѣмъ даннымъ числамъ, взятымъ вмѣстѣ. Когда данныя числа цѣлыя, то соединёніе ихъ въ одно число, заключающее въ себѣ столько единицъ, сколько ихъ есть во всѣхъ данныхъ числахъ вмѣстѣ, мы называли дѣйствіемъ сложёнія (ч. I, § 5). Также сложёніемъ называется и то дѣйствіе, которое нужно сдѣлать для рѣшенія данной

задачи. Но такъ какъ при этомъ приходится соединять въ одно число такія числа, въ которыхъ заключаются не только цѣлыя единицы, а и различныя доли единицы, то самое дѣйствіе сложѣнія опредѣляютъ нѣсколько иначе, чѣмъ оно было опредѣлено ранѣе, когда дѣйствія производились надъ числами только цѣлыми, и опредѣляютъ при томъ такъ, чтобы опредѣленіе это было одинаково пригодно, какъ для цѣлыхъ чиселъ, такъ и для дробныхъ. *Сложѣніемъ чиселъ вообще какъ цѣлыхъ, такъ и дробныхъ называютъ, поэтому, такое арифметическое дѣйствіе, при которомъ данныя числа соединяются въ одно число, заключающее въ себѣ столько единицъ и долей единицъ, сколько единицъ и долей единицъ заключаются во всѣхъ данныхъ числахъ вмѣстѣ.*

Разсмотримъ теперь, какъ соединить всѣ данныя въ задачѣ числа въ одно. Ранѣе (§ 11) было объяснено, что доли единицы можно разсматривать, какъ единицы меньшихъ размѣровъ, и что знаменатель дроби въ этомъ случаѣ имѣетъ то же значеніе, какое имѣетъ наименованіе единицъ въ именованныхъ числахъ. Такъ какъ соединить цѣлыя числа въ одно число можно только тогда, когда они составлены изъ одинаковыхъ единицъ, то очевидно, что и дроби можно слагать только тогда, когда онѣ имѣютъ одинаковыхъ знаменателей. Поэтому, для рѣшенія данной задачи, надо прежде всего замѣнить данныя въ ней для сложѣнія дробныя числа такими имъ равными, которыя бы имѣли одинаковыхъ знаменателей, или привести ихъ къ одному для простоты наименьшему знаменателю. Исполнивъ это по извѣстнымъ уже правиламъ, получимъ для сложѣнія въ данной задачѣ слѣдующія числа:

$$2\frac{3}{4} \text{ ар.} + 5\frac{1}{6} \text{ ар.} + 3\frac{2}{3} \text{ ар.} + 1\frac{1}{8} \text{ ар.} = 2\frac{18}{24} \text{ ар.} + 2\frac{0}{24} \text{ ар.} + 3\frac{16}{24} \text{ ар.} + 3\frac{3}{24} \text{ ар.}$$

При сложѣніи многозначныхъ и составныхъ именованныхъ чиселъ, мы находили сумму по частямъ, слагая сначала отдѣльно единицы одного и того же разряда или одного и того же наименованія. Поступая подобнымъ же образомъ и здѣсь, мы сложимъ отдѣльно сначала дроби, а потомъ цѣлыя числа. И такъ какъ, при сложѣніи однойименныхъ именованныхъ чиселъ, мы слагаемъ ихъ отвлеченныя числа и у суммы пишемъ одинъ разъ общее наименованіе составляющихъ эти именованныя числа единицъ, то и, при сложѣніи дробей съ одинаковыми знаменателями, нужно сложить числители ихъ и подъ суммой поставить общій ихъ знаменатель. Тогда получимъ:

$$2 \text{ арш.} + 3 \text{ арш.} + \frac{18 + 20 + 16 + 3}{24} \text{ арш.}$$

Сложивъ числители

и исключивъ изъ полученной послѣ того неправильной дроби $4\frac{7}{24}$ цѣлое число, присоединимъ его къ суммѣ цѣлыхъ чиселъ. Тогда получимъ: $6 \text{ арш.} + 2\frac{3}{24} \text{ арш.}$

Но ранѣе (§ 11) было сказано, что сумма цѣлаго числа и дроби обозначается такъ, что дробь пишется рядомъ съ цѣлымъ числомъ безъ знака. Поэтому, окончательно сумму получимъ въ такомъ видѣ: $6\frac{23}{24} \text{ арш.}$

Все вычисленіе записываютъ такъ :

$$2\frac{3}{4} \text{ ар.} + \frac{5}{8} \text{ ар.} + 3\frac{3}{8} \text{ ар.} + \frac{1}{8} \text{ ар.} = 2 \text{ ар.} + 3 \text{ ар.} + \frac{18+20+16+3}{24} \text{ ар.} = 6\frac{3}{4} \text{ ар.}$$

Отсюда получаютъ слѣдующія правила для сложенія дробныхъ чиселъ: 1) Если дроби имѣютъ различныя знаменатели, то для сложенія ихъ нужно привести къ одному наименьшему знаменателю. 2) Сумма дробей съ одинаковыми знаменателями равняется дроби, у которой знаменатель равенъ знаменателю слагаемыхъ, а числитель суммъ числителей слагаемыхъ. 3) Для сложенія смѣшанныхъ чиселъ находятъ отдѣльно сумму всехъ входящихъ въ нихъ дробей и потомъ сумму цѣлыхъ чиселъ, и притомъ, если въ суммѣ дробей получится неправильная дробь, то исключаютъ изъ нея цѣлое число и его присоединяютъ къ суммѣ входящихъ въ смѣшанныя числа цѣлыхъ чиселъ, при сложеніи этихъ послѣднихъ.

П р и м ѣ р ы :

- 191) а) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = ?$
 б) $\frac{2}{7} + \frac{6}{7} + \frac{4}{7} + \frac{5}{7} + \frac{3}{7} + \frac{2}{7} = ?$
 в) $\frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{7}{8} + \frac{6}{8} + \frac{6}{8} + \frac{2}{8} = ?$
- 192) а) $\frac{2}{11} + \frac{6}{11} + \frac{7}{11} + \frac{9}{11} + \frac{8}{11} + \frac{1}{11} = ?$
 б) $\frac{4}{13} + \frac{7}{13} + \frac{6}{13} + \frac{9}{13} + \frac{12}{13} + \frac{8}{13} = ?$
 в) $\frac{9}{14} + \frac{8}{14} + \frac{5}{14} + \frac{13}{14} + \frac{11}{14} + \frac{13}{14} = ?$
 г) $\frac{7}{17} + \frac{3}{17} + \frac{7}{17} + \frac{8}{17} + \frac{13}{17} + \frac{16}{17} + \frac{12}{17} + \frac{5}{17} + \frac{15}{17} = ?$
 д) $\frac{5}{27} + \frac{8}{27} + \frac{2}{27} + \frac{7}{27} + \frac{10}{27} + \frac{13}{27} + \frac{19}{27} = ?$
- 193) а) $3\frac{1}{9} + 2\frac{2}{9} + 7\frac{3}{9} + 28\frac{5}{9} + 5\frac{7}{9} = ?$
 б) $7\frac{12}{23} + 9\frac{19}{23} + 7\frac{16}{23} + 6\frac{20}{23} + 8\frac{17}{23} + \frac{8}{23} = ?$
 в) $4\frac{13}{47} + 5\frac{18}{47} + \frac{6}{47} + 2\frac{32}{47} + \frac{113}{47} + \frac{12}{47} = ?$
 г) $\frac{4}{57} + 2\frac{1}{57} + 9\frac{50}{57} + 9\frac{35}{57} + 3\frac{13}{57} = ?$
- 194) а) $5\frac{17}{115} + 3\frac{14}{115} + 27\frac{26}{115} + 85\frac{58}{115} + 107\frac{68}{115} = ?$
 б) $13\frac{16}{121} + 17\frac{25}{121} + 18\frac{88}{121} + 167\frac{91}{121} = ?$
 в) $7\frac{16}{169} + 6\frac{75}{169} + 48\frac{99}{169} + 183\frac{70}{169} = ?$
 г) $13\frac{79}{175} + 193\frac{106}{175} + 90\frac{172}{175} + 87\frac{163}{175} + 3\frac{7}{175} = ?$
- 195) а) $3\frac{1}{25} \text{ руб.} + 7\frac{1}{25} \text{ руб.} + 8\frac{1}{25} \text{ руб.} + 14\frac{1}{25} \text{ руб.} + 6\frac{1}{25} \text{ руб.} = ?$
 б) $3\frac{1}{8} \text{ арш.} + 5\frac{1}{8} \text{ арш.} + 7\frac{1}{8} \text{ арш.} + 1\frac{1}{8} \text{ арш.} + 6\frac{1}{8} \text{ арш.} = ?$
 в) $3\frac{1}{32} \text{ чт.} + 9\frac{1}{32} \text{ чт.} + 7\frac{1}{32} \text{ чт.} + 19\frac{1}{32} \text{ чт.} + 25\frac{1}{32} \text{ чт.} + 8\frac{1}{32} \text{ чт.} = ?$
 г) $9\frac{1}{20} \text{ бчк.} + 13\frac{1}{20} \text{ бчк.} + 17\frac{1}{20} \text{ бчк.} + 19\frac{1}{20} \text{ бчк.} + 11\frac{1}{20} \text{ бчк.} + 1\frac{1}{20} \text{ бчк.} = ?$
- 196) а) $9\frac{1}{20} \text{ руб.} + 17\frac{3}{20} \text{ руб.} + 74\frac{9}{20} \text{ руб.} + 106\frac{13}{20} \text{ руб.} + 357\frac{17}{20} \text{ руб.} + 8\frac{19}{20} \text{ руб.} = ?$
 б) $5\frac{15}{144} \text{ час.} + 17\frac{37}{144} \text{ час.} + 23\frac{57}{144} \text{ час.} + 18\frac{63}{144} \text{ час.} + 23\frac{87}{144} \text{ час.} + 13\frac{5}{144} \text{ час.} = ?$
 в) $17\frac{5}{48} \text{ фнт.} + 23\frac{31}{48} \text{ фнт.} + 37\frac{34}{48} \text{ фнт.} + 4\frac{17}{48} \text{ фнт.} + 7\frac{23}{48} \text{ фнт.} + 1\frac{1}{48} \text{ фнт.} = ?$
 г) $3\frac{3}{40} \text{ стп.} + 37\frac{7}{40} \text{ стп.} + 19\frac{9}{40} \text{ стп.} + 29\frac{11}{40} \text{ стп.} + 74\frac{19}{40} \text{ стп.} + 2\frac{1}{40} \text{ стп.} = ?$

- 197) а) $\frac{1}{6} + \frac{5}{6} = ?$
 б) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = ?$
 в) $\frac{3}{4} + \frac{5}{8} = ?$
 г) $\frac{3}{5} + \frac{11}{15} = ?$
- 198) а) $\frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \frac{13}{14} = ?$
 б) $\frac{3}{5} + \frac{7}{15} + \frac{19}{30} + \frac{23}{60} = ?$
 в) $\frac{15}{16} + \frac{19}{24} + \frac{17}{32} + \frac{87}{96} = ?$
 г) $\frac{2}{15} + \frac{3}{9} + \frac{7}{45} + \frac{105}{135} = ?$
- 199) а) $\frac{7}{9} + \frac{16}{27} = ?$
 б) $\frac{7^{13}}{14} + \frac{9^{39}}{56} = ?$
 в) $\frac{8^{17}}{18} + \frac{15^{39}}{72} = ?$
 г) $\frac{17^{14}}{17} + \frac{30^{59}}{68} = ?$
- 200) а) $\frac{4}{9} + \frac{17}{24} + \frac{13}{27} + \frac{357}{504} = ?$
 б) $\frac{65}{6} + \frac{7^{17}}{15} + \frac{8^{18}}{35} + \frac{179}{210} = ?$
 в) $\frac{12}{6} + \frac{37}{10} + \frac{7^{11}}{15} + \frac{27}{90} = ?$
 г) $\frac{1}{2} + \frac{6^2}{3} + \frac{5}{14} + \frac{8^{19}}{42} = ?$
- 201) а) $\frac{3}{4} + \frac{7}{10} + \frac{13}{15} + \frac{17}{20} + \frac{5}{6} + \frac{43}{60} = ?$
 б) $\frac{5}{6} + \frac{7}{9} + \frac{9}{10} + \frac{13}{15} + \frac{11}{18} + \frac{73}{90} = ?$
 в) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{9}{14} + \frac{17}{21} + \frac{25}{28} + \frac{51}{84} = ?$
 г) $\frac{7}{9} + \frac{4}{5} + \frac{7}{10} + \frac{11}{15} + \frac{13}{18} + \frac{67}{90} = ?$
- 202) а) $\frac{2}{3} + \frac{19}{21} + \frac{29}{35} + \frac{3}{4} + \frac{8}{63} = ?$
 б) $\frac{37}{15} + \frac{7^{16}}{12} + \frac{13}{36} + \frac{1979}{90} = ?$
 в) $\frac{7^{21}}{36} + \frac{9^{67}}{90} + \frac{39}{72} + \frac{3747}{120} = ?$
 г) $\frac{9^5}{6} + \frac{7^6}{10} + \frac{13}{35} + \frac{8^{19}}{70} + \frac{17}{30} = ?$
- 203) а) $\frac{1}{2}$ руб. + $\frac{2}{3}$ руб. + $\frac{5}{6}$ руб. = ?
 б) $\frac{3}{4}$ саж. + $\frac{4}{5}$ саж. + $\frac{13}{20}$ саж. = ?
 в) $\frac{5}{9}$ чт. + $\frac{16}{21}$ чт. + $\frac{56}{63}$ чт. = ?
 г) $\frac{8}{15}$ бч. + $\frac{13}{25}$ бч. + $\frac{73}{75}$ бч. = ?
- 204) а) $\frac{7}{12}$ фут. + $\frac{8}{15}$ фут. + $\frac{17}{20}$ фут. + $\frac{30}{24}$ фут. + $\frac{37}{120}$ фут. = ?
 б) $\frac{7}{15}$ вер. + $\frac{13}{18}$ вер. + $\frac{75}{30}$ вер. + $\frac{11}{45}$ вер. + $\frac{47}{90}$ вер. = ?
 в) $\frac{3}{4}$ чт. + $\frac{5}{6}$ чт. + $\frac{7}{15}$ чт. + $\frac{17}{20}$ чт. + $\frac{37}{60}$ чт. = ?
 г) $\frac{5}{6}$ год. + $\frac{7}{15}$ год. + $\frac{16}{27}$ год. + $\frac{17}{30}$ год. = ?
- 205) а) $17\frac{8}{21}$ час. = $12\frac{13}{14}$ час. + $23\frac{38}{42}$ час. = ?
 б) $2\frac{3}{8}$ пуд. + $7\frac{7}{12}$ пуд. + $3\frac{17}{24}$ пуд. = ?
 в) $12\frac{3}{9}$ дес. + $8\frac{7}{15}$ дес. + $8\frac{24}{45}$ дес. = ?
 г) $14\frac{7}{8}$ дн. + $30\frac{9}{18}$ дн. + $4\frac{63}{72}$ дн. = ?
- 206) а) $7\frac{3}{4}$ фнт. + $3\frac{3}{5}$ фнт. + $7\frac{5}{9}$ фнт. + $9\frac{8}{15}$ фнт. + $38\frac{127}{180}$ фнт. = ?
 б) $12\frac{3}{5}$ арш. + $71\frac{7}{12}$ арш. + $13\frac{19}{30}$ арш. + $\frac{17}{24}$ арш. + $3\frac{91}{120}$ арш. = ?
 в) $9\frac{21}{30}$ дн. + $17\frac{53}{60}$ дн. + $\frac{11}{12}$ дн. + $8\frac{91}{120}$ дн. = ?
 г) $31\frac{3}{4}$ дес. + $8\frac{5}{6}$ дес. + $3\frac{17}{21}$ дес. + $\frac{13}{15}$ дес. + $3\frac{74}{720}$ дес. = ?
- 207) а) $\frac{5}{6} + \frac{13}{21} = ?$
 б) $\frac{7}{9} + \frac{19}{30} = ?$
 в) $\frac{15}{18} + \frac{37}{63} = ?$
 г) $\frac{33}{96} + \frac{97}{99} = ?$
- 208) а) $\frac{1}{3} + \frac{7}{9} + \frac{13}{15} = ?$
 б) $\frac{1}{4} + \frac{5}{6} + \frac{17}{20} = ?$
 в) $\frac{4}{5} + \frac{5}{9} + \frac{29}{30} = ?$
 г) $\frac{1}{8} + \frac{19}{21} + \frac{23}{28} = ?$
- 209) а) $\frac{3}{4} + \frac{8}{10} + \frac{7}{15} + \frac{19}{24} + \frac{31}{42} = ?$
 б) $\frac{7}{12} + \frac{13}{15} + \frac{11}{21} + \frac{29}{35} + \frac{19}{28} = ?$
 в) $\frac{13}{18} + \frac{17}{30} + \frac{37}{45} + \frac{53}{75} + \frac{31}{50} = ?$
 г) $\frac{15}{22} + \frac{29}{33} + \frac{17}{36} + \frac{26}{45} + \frac{31}{60} = ?$

- 210) а) $35/42 + 62/77 = ?$
 б) $63/55 + 87/99 = ?$
 в) $15/28 + 39/98 = ?$
 г) $13/16 + 72/104 = ?$
- 211) а) $3/8 + 97/12 + 13/19 = ?$
 б) $5/14 + 7^{11}/16 + 17/28 = ?$
 в) $7/8 + 13^{11}/24 + 19^{41}/56 = ?$
 г) $1^{1/2} + 105^{5/6} + 13/14 = ?$
- 212) а) $7^{19}/24 + 109^{27}/40 + 3^{51}/64 + 73/90 + 5^{107}/120 = ?$
 б) $174^{7/15} + 378^{19/25} + 14/85 + 93^{13/21} + 11/24 + 37/54 + 38^{41/96} + 13^{121}/140 = ?$
 в) $19^{87}/42 + 11/24 + 37/54 + 38^{41/106} + 13^{121/140} = ?$
 г) $13^{11/13} + 39^{7/15} + 91^{15/22} + 78^{14/17} + 19/33 = ?$
- 213) а) $2/3 + 7/10 + 5/14 + 13/18 + 17/20 + 12/21 = ?$
 б) $5/7 + 6/11 + 7/13 + 13/35 + 22/39 + 39/44 = ?$
 в) $4/5 + 5/8 + 7/12 + 22/25 + 29/30 + 39/44 = ?$
 г) $7/9 + 9/14 + 11/15 + 17/21 + 19/24 + 37/42 = ?$
- 214) а) $71^{7/10} + 38^{5/12} + 49^{9/16} + 11/18 + 23/24 + 7/20 = ?$
 б) $87^{5/12} + 13/18 + 11/20 + 38^{23/28} + 9^{25/42} + 31/45 = ?$
 в) $8/15 + 17^{15/28} + 3^{9/32} + 17/35 + 7^{41/48} + 18^{9/56} = ?$
 г) $8^{1/2} + 5^{2/3} + 8^{3/5} + 945^{4/7} + 9/11 + 7^{6/13} = ?$
- 215) а) $7/12$ руб. + $7/18$ руб. + $17/30$ руб. + $19/30$ руб. + $57/72$ руб. = ?
 б) $5/12$ вер. + $8/10$ вер. + $11/18$ вер. + $19/24$ вер. + $27/40$ вер. = ?
 в) $7/8$ чт. + $13/20$ чт. + $8/15$ чт. + $17/24$ чт. + $23/30$ чт. = ?
 г) $8/15$ боч. + $22/25$ боч. + $19/21$ боч. + $12/35$ боч. + $93/106$ боч. = ?
- 216) а) $8^{5/8}$ штф. + $17^{7/15}$ штф. + $48^{13/20}$ штф. + $37^{15/24}$ штф. + $148^{17/30}$ штф. = ?
 б) $9^{13/14}$ час. + $11^{11/18}$ час. + $11^{31/35}$ час. + $6^{47/60}$ час. + $10^{59/71}$ час. = ?
 в) $87^{25/42}$ зол. + $93^{15/24}$ зол. + $85^{23/56}$ зол. + $58^{65/72}$ зол. + $92^{98/126}$ зол. = ?
 г) $96^{1/2}$ дес. + $174^{4/5}$ дес. + $93^{2/3}$ дес. + $9^{8/11}$ дес. + $108^{4/7}$ дес. = ?
- 217) а) $5/6 + 7/8 + 4/9 + 7/12 + 7/18 + 9/24 + 20/54 = ?$
 б) $5/9 + 9/14 + 7/15 + 12/21 + 19/24 + 5/42 = ?$
 в) $7/8 + 3/10 + 5/14 + 13/18 + 19/20 + 17/21 = ?$
 г) $4/5 + 5/8 + 7/12 + 13/25 + 17/30 + 3/60 = ?$
- 218) а) $135^{7/10} + 187^{5/12} + 987^{9/16} + 368^{13/18} + 976^{11/20} + 17/24 = ?$
 б) $37^{5/12} + 188^{11/18} + 975^{16/63} + 19/28 + 375^{37/42} + 17^{41/45} = ?$
 в) $732^{11/15} + 9^{15/18} + 375^{17/32} + 21/35 + 976^{43/48} + 13^{39/56} = ?$
 г) $386^{5/6} + 467^{3/10} + 946^{11/15} + 758^{15/22} + 9^{30/33} + 28/55 = ?$
- 219) а) $3^{3/4}$ верс. + $171^{5/6}$ верс. + $319^{9/10}$ вер. + $87^{11/15}$ вер. + $93^{18/25}$ верс. + $375^{18/35}$ верс. + $9382^{13/21}$ верс. + $379^{55/84}$ верс. = ?
 б) $378^{5/6}$ чт. + $965^{7/9}$ чт. + $35^{8/15}$ чт. + $936^{9/14}$ чт. + $98^{33/35}$ чт. + $847^{7/10}$ чт. + $975^{55/63}$ чт. = ?
 в) $387^{5/6}$ зол. + $947^{15/42}$ зол. + $746^{3/10}$ зол. + $965^{7/15}$ зол. + $374^{6/35}$ зол. + $874^{34/49}$ зол. + $9^{8/105}$ зол. = ?
 г) $375^{5/24}$ дн. + $275^{5/8}$ дн. + $476^{7/10}$ дн. + $946^{11/14}$ дн. + $756^{7/15}$ дн. + $27^{13/21}$ дн. + $398^{17/18}$ дн. + $93^{29/35}$ дн. = ?

- 220) а) $765\frac{5}{6}$ фут. + $374\frac{9}{10}$ фут. + 574 фут. + $894\frac{13}{15}$ фут. + $97\frac{21}{25}$ фут. + $975\frac{49}{55}$ фут. + $\frac{19}{22}$ фут. + $749\frac{18}{32}$ фут. = ?
 б) $368\frac{7}{10}$ пуд. + $965\frac{6}{7}$ пуд. + $387\frac{15}{22}$ пуд. + $4579\frac{2}{35}$ пуд. + $9787\frac{28}{55}$ пуд. + $375\frac{40}{77}$ пуд. + $970\frac{1}{121}$ пуд. + $\frac{3}{242}$ пуд. = ?
 в) $75\frac{3}{4}$ мѣс. + $369\frac{7}{10}$ мѣс. + $765\frac{9}{14}$ мѣс. + $9875\frac{13}{28}$ мѣс. + $974\frac{16}{35}$ мѣс. + $976\frac{27}{44}$ мѣс. + $\frac{21}{28}$ мѣс. + $96\frac{87}{110}$ мѣс. = ?

221) 17 стп. $19\frac{3}{4}$ дес.

18 " $9\frac{5}{6}$ "

13 " $6\frac{5}{8}$ "

48 " $5\frac{11}{15}$ "

+301 " $18\frac{17}{20}$ "

222) 3 бер. 7 пуд. 8 фнт. 19 зол. $37\frac{4}{7}$ дол.

7 " 7 " 14 " 38 " $75\frac{11}{25}$ "

9 " — " — " 22 " $13\frac{31}{85}$ "

— " 8 " 17 " 48 " $71\frac{24}{55}$ "

+6 " 9 " 39 " — " $44\frac{39}{77}$ "

223) 9 чт. 5 чк. $3\frac{5}{6}$ грн.

17 " — " $6\frac{7}{15}$ "

13 " 7 " $—\frac{11}{34}$ "

— " 4 " $7\frac{15}{51}$ "

+91 " 5 " $6\frac{17}{85}$ "

224) 3 верс. 435 саж. $2\frac{1}{2}$ арш.

5 " 365 " $1\frac{5}{6}$ "

— " 499 " $2\frac{12}{65}$ "

7 " — " $1\frac{21}{15}$ "

+3 " 337 " $10\frac{10}{39}$ "

225) Мальчикъ издержалъ на книгу $\frac{6}{20}$ руб., на тетради $\frac{7}{20}$ руб. и на перья $\frac{3}{20}$ руб. Скольکو онъ издержалъ на всю эту покупку?

226) Отъ кускѣ сукна въ первый разъ было отрѣзано $\frac{7}{18}$, во второй $\frac{11}{18}$, въ третій разъ $\frac{13}{18}$, а въ четвёртый разъ $\frac{5}{18}$ арш; скольکو всего было отрѣзано аршинъ?

227) Найти число, которое больше $7\frac{13}{27}$ на $4\frac{19}{27}$?

228) Въ лавкѣ было четыре кускѣ сукна: въ первомъ $35\frac{3}{8}$ арш., во второмъ на $5\frac{1}{8}$ арш. болѣе, нежели въ первомъ, въ третьемъ $28\frac{5}{8}$ арш., а въ четвёртомъ столько, скольکو во второмъ и третьемъ вмѣстѣ. Скольکو арш. сукна было во всѣхъ четырехъ кускахъ?

229) Серебряникъ сдѣлалъ ложки въсомъ первую ложку въ $\frac{5}{12}$ фнт., вторую въ $\frac{7}{12}$ и третью въ $\frac{1}{12}$ фнт. Скольکو издержалъ онъ серебра на эти ложки?

230) Путешественникъ проѣхалъ въ первый день $29\frac{3}{4}$ верс., во второй на $6\frac{1}{4}$ верс. болѣе, чѣмъ въ первый, а въ третій столько, скольکو въ первые два вмѣстѣ. Скольکو онъ проѣхалъ всего?

231) Въ лавкѣ продали одному покупателю $5\frac{4}{5}$ фнт. сахара, другому на $\frac{17}{45}$ фнт. болѣе, чѣмъ первому, третьему на $7\frac{19}{45}$ фнт. болѣе, чѣмъ второму, четвёртому столько, скольکو первому и третьему вмѣстѣ, а пятому — послѣдній кусокъ въ $8\frac{31}{43}$ фнт. Скольکو сахара было въ лавкѣ до продажи?

232) Чиновникъ отправился на мѣсто своего служенія и проѣхалъ по желѣзной дорогѣ $99\frac{39}{87}$ верс., а на пароходѣ $65\frac{77}{87}$ верс. Скольکو всего верстѣ проѣхалъ онъ?

233) Разнощикъ продалъ на $1\frac{5}{16}$ рубля апельсиновъ, и на $\frac{5}{6}$ рубля яблоковъ. Скольکو онъ выручилъ денегъ?

234) Моёй матери $32\frac{5}{12}$ года, а мой отецъ старше на $5\frac{3}{4}$ года; сколько ему лѣтъ?

235) Куплено $64\frac{2}{3}$ арш. сукна, потомъ $75\frac{3}{4}$ и наконецъ $90\frac{2}{3}$ арш.; сколько куплено всего?

236) Чиновникъ отправился на мѣсто своего служенія и проѣхалъ сухимъ путёмъ $375\frac{39}{50}$ верс., а водою — $120\frac{63}{74}$ верс. Скольکو верстѣ онъ проѣхалъ всего?

237) Служанка на одномъ мѣстѣ служила $5\frac{2}{3}$ мѣсяца, на другомъ $4\frac{2}{5}$, а въ третьемъ $6\frac{5}{6}$ мѣсяца. Скольکو времени она служила на этихъ трехъ мѣстахъ?

238) Хозяйка купила на $5\frac{4}{5}$ рубля картофеля, на $3\frac{3}{4}$ рубля сахара и чаю и на извозчика истратила $\frac{2}{5}$ рубля. Скольکو она издержала денегъ?

239) Золотыхъ дѣлъ мастеръ сдѣлалъ 4 кольца; на первое кольцо онъ употребилъ $\frac{5}{16}$ золотника золота, на второе вдвое болѣе, чѣмъ на первое, на третье $\frac{5}{6}$ золотника и на четвертое $2\frac{4}{25}$ зол. Скольکو золота употребилъ онъ на всѣ 4 кольца?

240) Наняты 3 работника, первый получаетъ въ день $\frac{4}{5}$ рубля, второй $\frac{3}{4}$ руб., а третій $1\frac{1}{2}$ руб. Скольکو слѣдуетъ выдать всѣмъ имъ за день?

241) Что сдѣлается съ суммою, если къ одному слагаемому при-
дѣтъ $3\frac{3}{14}$, а къ другому $5\frac{6}{7}$?

242) Кусокъ холста разрѣзанъ на 4 части; первая часть содержитъ $15\frac{2}{3}$ арш., вторая $28\frac{2}{5}$ арш., третья $36\frac{9}{16}$ арш., а четвертая $56\frac{4}{8}$ арш. Скольکو арш. сукна содержать всѣ 4 части вмѣстѣ?

243) Веревка разрѣзана на 5 частей: первая длиною $10\frac{35}{36}$ саж., вторая — $8\frac{16}{135}$ саж., третья — на $4\frac{27}{87}$ саж. длиннѣе, чѣмъ вторая, четвертая на $2\frac{15}{29}$ саж. длиннѣе, чѣмъ первая и третья вмѣстѣ, а пятая — $15\frac{2}{15}$ саж. Найти длину веревки?

344) У купца послѣ продажи $4\frac{2}{5}$ фнт. чаю осталось еще $10\frac{4}{5}$ фнт. Скольکو фунтовъ чаю было всего?

245) Нѣкто купилъ 5 арш. чернаго сукна, по $3\frac{1}{2}$ руб. за аршинъ, 4 арш. краснаго, по $4\frac{1}{2}$ руб. за арш., и 3 арш. сѣраго сукна, по $1\frac{1}{2}$ руб. за аршинъ. Скольکو онъ заплатилъ за все сукно?

246) Путешественникъ проѣхалъ въ первый день $120\frac{3}{10}$ верс., во второй на $5\frac{7}{10}$ версты болѣе, въ третій $7\frac{9}{10}$ верс. болѣе, чѣмъ во второй. Скольکو онъ проѣхалъ всего?

247) Куплено $25\frac{1}{8}$ арш. сукна, потомъ $3\frac{3}{8}$ и наконецъ $45\frac{5}{8}$ арш. Скольکو куплено всего?

248) Земледѣлец оставилъ подъ рожь $19\frac{1}{2}$ десятинъ, подъ овёсъ $15\frac{1}{4}$ десятинъ, подъ картофель $7\frac{3}{8}$ десятинъ и подъ сѣно $40\frac{3}{4}$ десят. Ско́лько составить это всего десятинъ?

249) Ученикъ купилъ три книги: за одну заплатилъ $1\frac{3}{10}$ руб., за вторую $2\frac{2}{5}$ руб., за третью $1\frac{17}{20}$ руб. Ско́лько заплатилъ онъ за всѣ вмѣстѣ?

250) Портной употребилъ въ продолженіе дня $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$ и $\frac{2}{3}$ дюж. пѣговицъ. Ско́лько всего употреблено пѣговицъ?

251) Верёвка разрѣзана на 4 части, изъ которыхъ первая равняется $3\frac{5}{6}$ саж., а каждая слѣдующая на $1\frac{5}{12}$ саж. длиннѣе предыдущей. Найти длину верёвки?

252) Золотыхъ дѣлъ мастеръ сплавилъ 4 куска золота, вѣсомъ: первый 15 лот. 2 золот. $28\frac{4}{5}$ дол., второй 20 лот. 2 зол. 15 дол., третій 30 зол. $68\frac{3}{5}$ долѣй, четвёртый 10 лот. 1 зол. $60\frac{4}{5}$ дол. Найти вѣсъ сплава?

253) Отъ куска сукна отрѣзана четвёртая часть, потомъ $\frac{1}{16}$ и наконецъ еще $\frac{1}{12}$. Какая часть отрѣзана отъ этого куска?

254) Доска распиlena на три части, первая часть содержала $\frac{3}{8}$ саж. длины, вторая $\frac{3}{4}$ саж. и третья $\frac{1}{3}$ сажени; послѣ этого остался ещё кусокъ въ $\frac{5}{24}$ саж. Ско́лько саженой содержала длина доски?

255) Свая вбита въ землю на $2\frac{2}{3}$ арш., часть сваи въ $2\frac{5}{8}$ арш. осталась надъ поверхностью земли и часть въ $1\frac{5}{7}$ арш. отпилена. Ско́лько арш. длины содержала эта свая?

256) Куплено 10 стоп. $16\frac{2}{3}$ дес. бума́ги, потомъ 8 стоп. 3 дес., наконецъ 6 стоп. $4\frac{3}{4}$ дес. Ско́лько куплено всего?

257) Работникъ выполнилъ въ первый день $\frac{4}{15}$, во второй $\frac{7}{20}$ и въ третій $\frac{7}{30}$ всей работы. Какую часть работы онъ исполнилъ въ эти три дня?

258) Собака бѣжала 5 минутъ; въ первую минуту она пробѣжала $125\frac{17}{32}$ саж., а въ каждую слѣдующую минуту пробѣгала болѣе, чѣмъ въ предыдущую на $1\frac{5}{28}$ саж. Какое разстояніе пробѣжала она въ эти 5 минутъ?

§ 20.

б) Вычитаніе дробныхъ чиселъ.

Положимъ, что требуется рѣшить такую задачу: „У крестьянина было всего $28\frac{5}{8}$ пуда овса въ двухъ мѣшкахъ. Если въ одномъ изъ этихъ мѣшковъ было $13\frac{3}{4}$ пуда овса, то сколько овса было въ другомъ мѣшкѣ?“ Такъ какъ одно изъ данныхъ въ этой задачѣ чиселъ, а именно $28\frac{5}{8}$ пуда представляетъ сумму двухъ слагаемыхъ, изъ которыхъ одно — количество овса въ одномъ мѣшкѣ дано, именно,

$13\frac{3}{4}$ пуда, а другое — количество овса въ другомъ мѣникѣ требуется найти, то, по принятому ранѣе опредѣленію дѣйствія вычитанія (§ 7), очевидно, что для рѣшенія данной задачи требуется сдѣлать вычитаніе.

Имѣя въ виду это принятое ранѣе опредѣленіе дѣйствія вычитанія и принимая во вниманіе найденное ранѣе правило сложенія дробныхъ чиселъ, рѣшимъ эту задачу и вмѣстѣ съ тѣмъ найдѣмъ правило вычитанія дробныхъ чиселъ. Такъ какъ сума дробныхъ чиселъ, какъ мы видѣли въ предыдущемъ параграфѣ, кромѣ единицъ можетъ заключать въ себѣ только такія доли единицы, изъ какихъ состоятъ слагаемыя, то прежде чѣмъ искать второе слагаемое, дроби, входящія въ уменьшаемое (данную сумму) и вычитаемое (данное слагаемое) приведемъ къ одному знаменателю. Тогда получимъ, что искомое число пудовъ равно разности чиселъ $28\frac{5}{8}$ и. и $13\frac{6}{8}$ п. При сложении дробныхъ чиселъ, мы видѣли, что дробь, заключающаяся въ суммѣ, получается отъ сложения дробей, заключающихся въ слагаемыхъ. Поэтому $\frac{5}{8}$ п., заключающіеся въ уменьшаемомъ, получились отъ сложения $\frac{6}{8}$ п., заключающихся въ вычитаемомъ, съ неизвѣстной намъ дробью, заключающейся въ разности. Но дробь вычитаемаго, т. е. одного изъ слагаемыхъ, болѣе дроби уменьшаемаго, т. е. суммы. Это очевидно можетъ быть только въ томъ слѣчаѣ, когда первоначально полученная въ суммѣ дробь была неправильная и изъ нея исключено цѣлое число. Такъ какъ сумма двухъ правильныхъ дробей не можетъ равняться двумъ единицамъ, то очевидно, что неправильная дробь, первоначально полученная въ данной суммѣ, не могла заключать въ себѣ болѣе одной единицы. По правилу сложения дробныхъ чиселъ, цѣлое число, исключенное изъ неправильной дроби, полученной отъ сложения дробей слагаемыхъ, присоединяется къ суммѣ цѣлыхъ чиселъ. Поэтому, чтобы возстановить ту неправильную дробь, которая получилась первоначально отъ сложения дробей слагаемыхъ, нужно изъ цѣлаго числа, заключающагося въ уменьшаемомъ, взять одну единицу и, выразивъ ее въ восьмьхъ доляхъ, присоединить къ имѣющейся въ уменьшаемомъ дроби. Тогда получимъ въ уменьшаемомъ $27\frac{13}{8}$ п., а въ вычитаемомъ $13\frac{6}{8}$ п. Теперь остается только опредѣлить, сколько восьмьхъ долей мѣника нужно придать къ $\frac{6}{8}$, чтобы получить $\frac{13}{8}$, и сколько единицъ нужно придать къ 13, чтобы получить 27. Такъ какъ къ 6 восьмьмъ, чтобы получить 13 восьмьхъ, очевидно нужно придать столько же восьмьхъ долей, сколько и къ 6 цѣлымъ единицамъ, чтобы получить 13 цѣлыхъ единицъ, то очевидно оба вопроса рѣшаются вычитаніемъ цѣлыхъ чиселъ. При чемъ, для опредѣленія числа восьмьхъ долей въ разности, нужно вычесть числителя дроби вычитаемаго 6 изъ числителя дроби уменьшаемаго 13, а для опредѣленія числа цѣлыхъ единицъ въ разности, цѣлое число вычитаемаго 13 вычесть изъ цѣлаго числа 27, заключающагося въ уменьшаемомъ. Произведя вычитаніе получимъ $12\frac{7}{8}$ п.

Очевидно, что дробь вычитаемого $\frac{6}{8}$ можно вычесть и прямо из дроби равной единицы, которую мы взяли из цѣлаго числа 28 для образоваши изъ нея и дроби уменьшаемаго неправильной дроби $1\frac{3}{8}$. Въ этомъ случаѣ полученную разность между $\frac{8}{8}$ и $\frac{6}{8}$, т. е. $\frac{2}{8}$, слѣдуетъ придать къ дроби уменьшаемаго $\frac{5}{8}$. Результатъ очевидно получится тотъ же.

Изъ всего сказаннаго о рѣшеніи данной задачи получаемъ такимъ образомъ слѣдующія правила вычитанія дробныхъ чиселъ.

1) Для вычитанія дробей съ разными знаменателями, нужно ихъ привести къ общему наименьшему знаменателю.

2) Разность дробей съ одинаковыми знаменателями равняется дроби, у которой числитель равняется разности числителей дробей уменьшаемаго и вычитаемого, а знаменатель одинаковъ со знаменателями данныхъ дробей.

3) Чтобы вычесть смѣшанное число изъ смѣшаннаго же числа, нужно дробь, входящую въ составъ вычитаемого, вычесть изъ дроби, входящей въ составъ уменьшаемаго, если она меньше послѣдней, и изъ одной единицы взятой изъ цѣлаго числа уменьшаемаго и выраженной въ одинаковыхъ доляхъ съ дробью вычитаемого, если дробь уменьшаемаго меньше дроби вычитаемого, затѣмъ цѣлое число, заключающееся въ вычитаемомъ, вычесть изъ цѣлаго числа, оставашагося въ уменьшаемомъ, и, наконецъ, оставшійся въ уменьшаемомъ цѣлое число и дробь, а если дробь вычитаемого вычиталась изъ единицы, взятой изъ цѣлаго числа уменьшаемаго, то и остававшуюся отъ этой единицы дробь, соединить въ одно смѣшанное число.

Правила для вычитанія въ тѣхъ случаяхъ, когда а) или уменьшаемое будетъ состоять только изъ цѣлаго числа, б) или вычитаемое только изъ цѣлаго числа, в) или вычитаемое только изъ дроби очевидно сами собой безъ подробныхъ объясненій. Очевидно, что въ первомъ случаѣ дробь вычитаемого вычитается изъ единицы, взятой изъ уменьшаемаго и обращенной въ дробь со знаменателемъ одинаковымъ съ знаменателемъ дроби вычитаемого, а цѣлое число вычитаемого изъ остающагося въ уменьшаемомъ цѣлаго числа. Во второмъ случаѣ цѣлое число вычитаемого вычитается изъ цѣлаго числа уменьшаемаго.

П р и м ѣ р ы:

$$259) \text{ а) } \frac{5}{8} - \frac{1}{6} = ?$$

$$\text{б) } \frac{7}{8} - \frac{3}{8} = ?$$

$$\text{в) } \frac{7}{12} - \frac{5}{12} = ?$$

$$\text{г) } \frac{17}{18} - \frac{13}{18} = ?$$

$$\text{д) } \frac{19}{27} - \frac{10}{27} = ?$$

$$260) \text{ а) } \frac{27}{35} - \frac{13}{35} = ?$$

$$\text{б) } \frac{107}{150} - \frac{57}{150} = ?$$

$$\text{в) } \frac{327}{648} - \frac{189}{648} = ?$$

$$\text{г) } \frac{419}{756} - \frac{235}{756} = ?$$

$$261) \text{ а) } 2\frac{5}{7} - \frac{3}{7} = ?$$

$$\text{б) } 5\frac{7}{9} - \frac{4}{9} = ?$$

$$\text{в) } 18\frac{9}{14} - \frac{2}{14} = ?$$

$$\text{г) } 38\frac{13}{16} - \frac{5}{16} = ?$$

$$262) \text{ а) } 1 - \frac{1}{5} = ?$$

$$\text{б) } 4 - \frac{4}{8} = ?$$

$$\text{в) } 6 - \frac{3}{5} = ?$$

$$\text{г) } 9 - \frac{7}{12} = ?$$

$$\begin{array}{ll}
 263) \text{ а) } 107^{13}_{21} - \frac{6}{21} = ? & 264) \text{ а) } 15 - \frac{19}{24} = ? \\
 \text{б) } 375^{19}_{40} - \frac{3}{40} = ? & \text{б) } 23 - \frac{47}{60} = ? \\
 \text{в) } 75^{187}_{200} - \frac{37}{200} = ? & \text{в) } 83 - \frac{131}{148} = ? \\
 \text{г) } 385^{769}_{1248} - \frac{257}{1248} = ? & \text{г) } 37 - \frac{37}{160} = ?
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 265) \text{ а) } 13 - \frac{6^{15}}{19} = ? & 266) \text{ а) } 341^{71}_{375} - \frac{19^{196}}{375} = ? \\
 \text{б) } 27 - \frac{13^{35}}{46} = ? & \text{б) } 765^{372}_{965} - \frac{764^{565}}{964} = ? \\
 \text{в) } 39 - \frac{18^{85}}{91} = ? & \text{в) } 364^{461}_{810} - \frac{186^{186}}{810} = ? \\
 \text{г) } 67 - \frac{23^{97}}{105} = ? & \text{г) } 368^{568}_{759} - \frac{179^{704}}{759} = ?
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 267) \text{ а) } 364 - 127^{135}_{172} = ? \\
 \text{б) } 765 - 398^{48}_{81} = ? \\
 \text{в) } 375 - 287^{87}_{103} = ? \\
 \text{г) } 760 - 570^{147}_{364} = ?
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 268) \text{ На сколько а) } 375^{17}_{23} \text{ болѣе } 237^{15}_{23} & \\
 \text{б) } 463^{19}_{28} \text{ " } 379^{15}_{28} & \\
 \text{в) } 47^{27}_{35} \text{ " } 18^{29}_{35} & \\
 \text{г) } 677^{17}_{48} \text{ " } 309^{25}_{48} &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 269) \text{ а) } 7^{3}_{7} - \frac{5}{7} = ? \\
 \text{б) } 9^{5}_{9} - \frac{7}{9} = ? \\
 \text{в) } 13^{3}_{14} - \frac{9}{14} = ? \\
 \text{г) } 28^{18}_{48} - \frac{28}{48} = ?
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 270) \text{ Опредѣлить разность между числами а) } 243^{5}_{17} \text{ и } 375^{13}_{17}, \\
 \text{б) } 289^{15}_{39} \text{ и } 748^{11}_{39}, \text{ в) } 577^{17}_{28} \text{ и } 369^{23}_{28}, \text{ г) } 108^{25}_{51} \text{ и } 337^{44}_{51}.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 271) \text{ а) } 39^{55}_{91} - \frac{81}{91} = ? & 272) \text{ а) } \frac{5}{6} - \frac{1}{2} = ? \\
 \text{б) } 75^{157}_{154} - \frac{189}{154} = ? & \text{б) } \frac{1}{2} - \frac{3}{8} = ? \\
 \text{в) } 791^{117}_{325} - \frac{192}{325} = ? & \text{в) } \frac{3}{4} - \frac{5}{8} = ? \\
 \text{г) } 302^{135}_{729} - \frac{226}{729} = ? & \text{г) } \frac{5}{6} - \frac{3}{4} = ?
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 273) \text{ а) } \frac{17}{24} - \frac{5}{16} = ? & 274) \text{ а) } \frac{3}{4} - \frac{1}{8} = ? \\
 \text{б) } \frac{9}{29} - \frac{7}{34} = ? & \text{б) } \frac{3}{4} - \frac{5}{9} = ? \\
 \text{в) } \frac{8}{15} - \frac{9}{20} = ? & \text{в) } \frac{7}{9} - \frac{5}{12} = ? \\
 \text{г) } \frac{15}{21} - \frac{13}{28} = ? & \text{г) } \frac{11}{12} - \frac{13}{18} = ?
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 275) \text{ а) } 13^{5}_{8} - \frac{97}{8} = ? & 276) \text{ а) } \frac{16}{25} - \frac{13}{56} = ? \\
 \text{б) } 27^{9}_{13} - \frac{19^{11}}{13} = ? & \text{б) } \frac{5}{7} - \frac{6}{9} = ? \\
 \text{в) } 35^{13}_{17} - \frac{17^{22}}{57} = ? & \text{в) } \frac{4}{5} - \frac{5}{7} = ? \\
 \text{г) } 75^{17}_{75} - \frac{942}{75} = ? & \text{г) } \frac{5}{7} - \frac{6}{11} = ?
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 277) \text{ а) } 28^{13}_{27} - \frac{11}{45} = ? & 278) \text{ а) } 75^{5}_{81} \text{ саж.} - 69^{23}_{45} \text{ саж.} = ? \\
 \text{б) } 35^{16}_{25} - \frac{17}{45} = ? & \text{б) } 174^{10}_{21} \text{ час.} - 173^{18}_{35} \text{ час.} = ? \\
 \text{в) } 47^{23}_{48} - \frac{11}{40} = ? & \text{в) } 98^{33}_{46} \text{ пуд.} - 97^{27}_{69} \text{ пуд.} = ? \\
 \text{г) } 59^{19}_{32} - \frac{11}{60} = ? & \text{г) } 345^{7}_{24} \text{ чт.} - 244^{55}_{64} \text{ чт.} = ?
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 279) \text{ а) } 18^{43}_{69} - \frac{19}{49} = ? & 280) \text{ а) } \frac{16}{27} \text{ руб.} - \frac{37}{108} \text{ руб.} = ? \\
 \text{б) } 57^{91}_{135} - \frac{37}{81} = ? & \text{б) } \frac{17}{32} \text{ пуд.} - \frac{27}{160} \text{ пуд.} = ? \\
 \text{в) } 29^{27}_{64} - \frac{17}{48} = ? & \text{в) } \frac{17}{35} \text{ дн.} - \frac{25}{63} \text{ дн.} = ? \\
 \text{г) } 105^{15}_{44} - \frac{27}{106} = ? & \text{г) } \frac{33}{40} \text{ чт.} - \frac{13}{24} \text{ чт.} = ?
 \end{array}$$

- 281) а) $37\frac{5}{6} - \frac{6}{7} = ?$ б) $18\frac{5}{10} - \frac{7}{12} = ?$ в) $23\frac{5}{8} - \frac{9}{10} = ?$ г) $174\frac{3}{5} - \frac{7}{9} = ?$
- 282) а) $75\frac{18}{27}$ дест. — $38\frac{8}{45}$ дест. = ? б) $87\frac{15}{75}$ вере. — $43\frac{5}{24}$ вере. = ? в) $95\frac{13}{32}$ арш. — $47\frac{2}{56}$ арш. = ? г) $137\frac{19}{40}$ фут. — $55\frac{7}{64}$ фут. = ?
- 283) а) $34\frac{17}{28} - 15\frac{1}{49} = ?$ б) $47\frac{1}{2} - \frac{3}{5} = ?$ в) $19\frac{2}{3} - \frac{5}{7} = ?$ г) $47\frac{3}{5} - \frac{9}{11} = ?$
- 284) а) $27\frac{5}{9} - 18\frac{17}{21} = ?$ б) $35\frac{7}{22} - 13\frac{25}{33} = ?$ в) $85\frac{9}{14} - 49\frac{11}{49} = ?$ г) $139\frac{7}{22} - 87\frac{15}{39} = ?$
- 285) 7 руб. $35\frac{1}{2}$ коп. — 2 " $98\frac{3}{4}$ "
- 286) 11 мѣс. 25 дн. $8\frac{7}{9}$ час. — 9 " 29 " $9\frac{14}{15}$ "
- 287) 7 пуд. 8 фнт. $92\frac{1}{5}$ зол. — 4 " 13 " $14\frac{3}{7}$ "
- 288) 23 саж. 5 фут. $\frac{7}{12}$ дюйм. — 18 " 6 " $11\frac{9}{32}$ "
- 289) 16 саж. 2 арш. $15\frac{15}{18}$ вершк. — 12 " 2 " $15\frac{41}{49}$ "
- 290) 8 чт. 7 чк. $\frac{3}{22}$ грн. — 5 " 7 " $3\frac{11}{40}$ "
- 291) 5 бчк. 9 вед. $\frac{17}{27}$ штф. — 3 " 9 " $7\frac{13}{16}$ "
- 292) 8 ст. 19 дес. $\frac{5}{8}$ лист. — 5 " 18 " $23\frac{5}{12}$ "
- 293) 19 бер. 7 пуд. $\frac{4}{12}$ фнт. — 3 " 9 " $27\frac{3}{7}$ "
- 294) 9 верс. 325 саж. $\frac{7}{15}$ арш. — 8 " 463 " $2\frac{9}{25}$ "
- 295) 3 берк. 7 пуд. — фнт. — 2 " 9 " $27\frac{3}{7}$ "
- 296) 9 лѣт. 6 мѣс. 9 дн. — час. — 7 " 9 " 27 " $13\frac{53}{60}$ "
- 297) 9 верс. — саж. — фут. — 7 " 2 " $5\frac{5}{12}$ "
- 298) 45 боч. — вед. — штф. — 34 " — " $-\frac{3}{4}$ "
- 299) 39 чт. — чк. — грн. — 28 " — " $-\frac{3}{8}$ "
- 300) 35 фнт. — зол. — дл. — 34 " 95 " $39\frac{8}{21}$ "

- 301) а) $(2\frac{3}{5} + 7\frac{5}{6} + 9\frac{4}{14}) - 8\frac{7}{30}$; б) $(3\frac{3}{5} + 8\frac{5}{6} + 9\frac{6}{18}) - 15\frac{7}{12}$.
- 302) а) $30\frac{7}{8} - (\frac{5}{6} + 3\frac{8}{9} + 9\frac{3}{4})$; б) $(9\frac{15}{28} - (\frac{6}{7} + \frac{3}{4} + \frac{9}{10}))$.
- 303) а) $(5\frac{4}{5} - 3\frac{4}{5}) + 1\frac{3}{4}$; б) $6\frac{7}{8} - 3\frac{4}{4} + 6\frac{3}{5}$.
- 304) а) $(47\frac{6}{7} - 8\frac{1}{4}) - 12\frac{1}{2}$; б) $19\frac{3}{11} - 9\frac{5}{6} - 8\frac{13}{22}$.
- 305) а) $7\frac{5}{6} + (9\frac{6}{12} - 3\frac{11}{15})$; б) $13\frac{1}{4} + 6\frac{5}{6} - 9\frac{4}{5}$.
- 306) а) $9\frac{13}{15} - (15\frac{7}{9} - 8\frac{19}{24})$; б) $13\frac{6}{7} - 8\frac{9}{21} + 2\frac{32}{35}$.
- 307) а) $(3\frac{5}{8} + 9\frac{5}{9}) - (4\frac{13}{18} + 2\frac{7}{12})$; б) $6\frac{3}{5} + 9\frac{3}{4} + 7\frac{2}{3} - 4\frac{7}{12}$ — $3\frac{11}{20} - 2\frac{14}{15}$.
- 308) а) $(3\frac{7}{12} + 9\frac{11}{18} - 1\frac{3}{15}) - (6\frac{7}{10} - 4\frac{3}{4})$; б) $4\frac{3}{4} + 3\frac{4}{5}$ — $7\frac{3}{10} - 6\frac{1}{2} + 5\frac{2}{8}$.
- 309) а) $(8\frac{5}{6} - 5\frac{3}{4}) + (7\frac{2}{3} - 5\frac{1}{2})$; б) $(9\frac{7}{15} - 6\frac{17}{20}) - (4\frac{3}{4} - 3\frac{3}{12})$.

310) $[23\frac{5}{9} + 6\frac{8}{15} - (18\frac{23}{30} - 10\frac{7}{12}) + 8\frac{8}{27}] - [17\frac{5}{6} - (13\frac{7}{16} - 8\frac{11}{20})]$.

311) $[(43\frac{3}{4} - 17\frac{2}{3}) - (18\frac{7}{6} - 6\frac{7}{15}) + (3\frac{7}{8} - 5\frac{1}{12})] - [13\frac{11}{18} - (8\frac{3}{4} - 7\frac{1}{15} - 5\frac{1}{18}) + (4\frac{5}{6} - 2\frac{9}{20})]$.

312) $[(6\frac{1}{2} - 4\frac{1}{6}) - (9\frac{5}{9} - 4\frac{14}{15}) + (13\frac{4}{5} - 10\frac{5}{6})] + [15\frac{13}{15} - (17\frac{5}{24} - (13\frac{17}{30} + 2\frac{19}{20})) - 7\frac{1}{8}]$.

313) Портной употребилъ на одинъ сюртукъ 3 арш. сукна, а на другой на $12\frac{1}{17}$ арш. меньше. Сколько арш. сукна пошло на другой сюртукъ?

314) Бутылка съ виномъ вѣситъ 4 фунта, а безъ вина — $1\frac{5}{8}$ фнт. Сколько вѣситъ вино?

315) Съ одного поля собрали $20\frac{25}{33}$ чт. овса, а съ другаго — на $7\frac{7}{33}$ чт. меньше. Сколько овса собрали со втораго поля?

316) Работники сдѣлали въ 3 дня $4\frac{7}{55}$ всей работы; въ первый день они сдѣлали $2\frac{3}{55}$, во второй — $\frac{8}{55}$ меньше, чѣмъ въ первый; какую часть работы они сдѣлали въ третій день?

317) Самоваръ вѣситъ $12\frac{5}{12}$ фнт., котелъ $8\frac{7}{12}$. На сколько самоваръ тяжелѣе котла?

318) У столяра три доски: первая длиною въ $4\frac{5}{16}$ арш., вторая на $1\frac{5}{16}$ короче первой, третья на $2\frac{7}{16}$ арш. длиннѣе второй. Какой длины третья доска?

319) Длина комнаты $10\frac{1}{4}$ арш., а ширина — на $3\frac{3}{4}$ арш. меньше длины. Какой ширины комната?

320) Вышина стѣны комнаты $6\frac{3}{17}$ арш., комодъ ниже стѣны на $4\frac{5}{17}$ арш., а шкафъ выше комода на $3\frac{2}{17}$ арш. Какой вышины шкафъ?

321) Отъ бревна длиною въ $4\frac{5}{28}$ саж., отрублена часть въ $2\frac{9}{28}$ саж. Сколько осталось?

322) Хозяйка купила двѣ головы сахара: первая вѣсила $15\frac{3}{18}$ фнт., а вторая на $2\frac{11}{18}$ фнт. болѣе первой. По истеченіи мѣсяца хозяйка издержала $12\frac{5}{18}$ фнт. изъ первой головы и $17\frac{8}{18}$ фнт. изъ второй. На сколько въ одной головѣ осталось сахара болѣе, нежели въ другой?

323) Отъ куска полотна въ 6 арш. швѣя отрѣзала на каждую изъ 5 дѣтскихъ рубашекъ по $\frac{7}{10}$ арш., а изъ всего остальнаго полотна она сдѣлала простыню. Сколько арш. полотна пошло на простыню?

324) Отъ куска лентъ, въ $15\frac{1}{8}$ арш. длины, купецъ продалъ одному покупателю $7\frac{1}{2}$ арш., а другому $6\frac{3}{4}$ арш. Сколько осталось лентъ?

325) Нужно купить $28\frac{5}{16}$ арш. сукна, куплено $18\frac{1}{3}$ арш.; сколько осталось купить?

326) Голова сахара вѣситъ $20\frac{1}{2}$ фнт., оберточная бумага $\frac{3}{4}$ ф. Сколько вѣсу въ чистомъ сахарѣ?

327) Отъ верёвки длиною $10\frac{7}{18}$ саж. отрѣзано $8\frac{19}{24}$ саж.; сколько осталось?

328) Брату 8 лѣтъ, а сестра на $2\frac{5}{12}$ года моложе; сколько лѣтъ сестрѣ?

329) Изъ 6 дюжинъ перьевъ, которыя я имѣлъ, $\frac{5}{8}$ дюжины испортились, а $\frac{2}{8}$ дюжины я потерялъ; сколько осталось дюжинъ перьевъ?

330) Для устройства качели взяли 2 верёвки; одна была длиною въ 3 саж., а другая на $\frac{5}{14}$ саж. короче. Какой длинны была вторая верёвка?

331) Графинъ съ водою вѣситъ 4 фунта, а безъ воды $1\frac{5}{8}$ фнт. Сколько вѣситъ вода?

332) Въ одномъ магазинѣ было 125 арш. сукна, а въ другомъ $175\frac{7}{24}$ арш., въ первомъ послѣ продажи осталось $95\frac{17}{48}$ арш., а во второмъ $116\frac{7}{16}$ арш. Въ какомъ изъ этихъ магазиновъ продали сукна больше и на сколько?

333) Съ одного луга собрали $15\frac{19}{75}$ берк. сѣна, а съ другого — на $\frac{39}{40}$ берк. меньше. Сколько сѣна собрали со второго луга?

334) Верёвка разрѣзана на двѣ части такъ, что первая часть содержитъ $10\frac{7}{12}$ саж., а вторая 3 футами короче. Сколько сажень содержала верёвка?

335) Отъ доски, длиною въ $4\frac{7}{18}$ саж., отпиленъ кусокъ, котораго длина на 7 вершк., меньше $1\frac{2}{5}$ саж. Сколько саж. содержитъ оставшійся кусокъ доски?

336) Помѣщикъ продалъ 180 четвертей овса тремъ крестьянамъ. Первый крестьянинъ взялъ $35\frac{5}{24}$ четверти, второй $79\frac{7}{64}$ четверти. Сколько четвертей купилъ третій крестьянинъ?

337) Куплено 4 куса сукна: въ первомъ $78\frac{3}{8}$ арш., во второмъ на $27\frac{15}{16}$ арш. меньше, въ третьемъ столько, сколько въ первыхъ двухъ кускахъ вмѣстѣ, а въ четвертомъ на $35\frac{3}{4}$ арш. меньше, чѣмъ въ третьемъ; сколько куплено сукна?

338) Три брата получили въ наследство 10800 руб.; первый получилъ $4175\frac{3}{8}$, а второй $3420\frac{4}{5}$ руб.; сколько получилъ третій?

339) Въ бутылкѣ было $\frac{3}{8}$ фнт. масла; изъ нея взяли $\frac{1}{4}$ фнт. масла. Сколько масла осталось въ бутылкѣ?

340) Для освѣщенія квартиры куплено $3\frac{2}{5}$ пуда керосину; въ первую недѣлю употреблено $\frac{7}{21}$ пуда, во вторую $1\frac{5}{37}$ пуда и въ третью $1\frac{5}{28}$ пуда. Сколько керосину ещё осталось?

341) Разстояніе между двумя городами, равное 900 верстамъ, путешественникъ проѣхалъ въ три дня; въ первый день онъ сдѣлалъ $329\frac{5}{12}$ версты, во второй на $15\frac{7}{8}$ версты меньше, чѣмъ въ первый. Сколько онъ проѣхалъ въ третій день?

342) Двѣ артѣлы землекоповъ вырыли ровъ, длиною въ 1 верст. $228\frac{7}{20}$ саж.; одна артѣла вырыла $379\frac{29}{36}$ саж., а другая остальное. На сколько первая артѣла вырыла болѣе, чѣмъ вторая.

§ 21.

в) Умноженіе дробныхъ чиселъ.

Положимъ, что требуется рѣшить слѣдующую задачу. „Одинъ аршинъ матеріи стоить 5 руб.; сколько стоитъ $\frac{2}{3}$ аршина этой матеріи?“ Для рѣшенія задачъ, подобныхъ данной по условіямъ и вопросу, когда данныя въ задачѣ числа всѣ цѣлыя, мы употребляли дѣйствіе умноженія, потому что умноженіе было опредѣлено какъ такое дѣйствіе, посредствомъ котораго одно данное число берется или повторяется слагаемымъ столько разъ, сколько въ другомъ данномъ числѣ заключается единицъ, а въ подобныхъ данной задачѣхъ, при данныхъ числахъ цѣлыхъ, одно изъ данныхъ чиселъ и требуется именно взять или повторить слагаемымъ столько разъ, сколько въ другомъ данномъ числѣ заключается единицъ. Напримѣръ, еслибы въ задачѣ требовалось опредѣлить, что стоятъ 7 аршинъ матеріи, когда одинъ аршинъ стоить 5 рублей, то нужно бы было, для рѣшенія задачи стоимость одного аршина, т. е. 5 руб., повторить слагаемымъ 7 разъ. Но такъ какъ стоимость $\frac{2}{3}$ арш. матеріи должна равняться двумъ третью дѣлямъ стоимости цѣлаго аршина, то очевидно, что для рѣшенія данной задачи надо опредѣлить двѣ третьихъ доли стоимости одного аршина, т. е. 5 рублей. Такому вычисленію, посредствомъ котораго опредѣляется величина нѣсколькихъ долей какаго либо числа, не дано особеннаго названія. А такъ какъ производить это вычисленіе приходится, при рѣшеніи задачъ съ данными числами дробными, по условію и вопросу одинаковыхъ съ тѣми, которыя, при данныхъ числахъ цѣлыхъ, рѣшаются умноженіемъ, то и это вычисленіе называютъ дѣйствіемъ умноженія. При этомъ, однако, дѣйствію умноженія даютъ опредѣленіе нѣсколько иное и болѣе общее, чѣмъ данное прежде (§ 11 ч. I) при дѣйствіяхъ съ цѣлыми числами, и при томъ такое, чтобы задачи, подобныя по условіямъ и вопросу съ данной, рѣшались этимъ дѣйствіемъ какъ въ томъ случаѣ, когда данныя въ нихъ числа цѣлыя, такъ и тогда, когда онѣ дробныя. Такимъ опредѣленіемъ дѣйствія умноженія можетъ быть слѣдующее, которое мы и будемъ впередъ принимать. *Умноженіемъ называется такое арифметическое дѣйствіе, посредствомъ котораго по двумъ даннымъ числамъ отыскивается новое число, равное суммѣ столькохъ слагаемыхъ, равныхъ одному изъ данныхъ чиселъ, сколько въ другомъ данномъ числѣ заключается цѣлыхъ единицъ, и столькохъ и такихъ одинаковыхъ долей того же изъ данныхъ чиселъ, которое берется и слагаемымъ, сколько какихъ-либо одинаковыхъ долей единицы заключается въ другомъ данномъ числѣ. То изъ данныхъ чиселъ, которое берется слагаемымъ нѣсколько разъ, или доли котораго берутся для составленія новаго числа, называется *множимымъ*, другое же данное число, по числу единицъ котораго и долей единицы, заключающихся въ немъ, составляется новое число изъ перваго данного числа, называется *множителемъ*. Наконецъ, то новое число, которое составляется при этомъ дѣйствіи сказаннымъ образомъ, называется *произведеніемъ* ихъ.*

При такомъ опредѣленіи умноженія для рѣшенія данной задачи очевидно нужно исполнить это именно дѣйствіе, потому что, какъ разъяснено выше, для рѣшенія ей требуется опредѣлить столько и такихъ долей одного изъ данныхъ чиселъ, а именно 5 рублей, сколько и какихъ долей единицы заключается въ другомъ данномъ числѣ, а именно 2 третихъ доли. Разсмотримъ, какъ это сдѣлать и такимъ образомъ найдемъ правило опредѣленія нѣсколькихъ данныхъ частей какого либо извѣстнаго числа, или, что тоже, правило умноженія числа на дробь. Чтобы опредѣлить 2 третихъ доли 5 руб., опредѣлимъ сначала одну третью часть 5 руб. и для этого раздѣлимъ 5 руб. на 3 равныя части. Одна треть 5 руб., какъ видѣли выше (§ 12), можетъ быть выражена дробью $\frac{5}{3}$ руб. Но 2 третихъ больше одной трети въ два раза. А такъ какъ извѣстно, что для того, чтобы увеличить дробь въ нѣсколько разъ, напримѣръ, въ 2 раза, нужно или умножить числителя ея на соответствующее число, т. е. на 2, или раздѣлить знаменателя на тоже число (§ 14), то $\frac{2}{3}$ отъ 5 руб. получимъ, когда числителя дроби $\frac{5}{3}$ руб. умножимъ на 2. Такимъ образомъ получаемъ, что $\frac{2}{3}$ арш. матеріи стоятъ $1\frac{1}{3}$ р. или $3\frac{1}{3}$ р. Изъ сказаннаго видно, что для опредѣленія нѣсколькихъ одинаковыхъ долей цѣлаго числа, или что все равно, для умноженія цѣлаго числа на дробь, нужно это цѣлое число раздѣлить на знаменателя множителя и полученное отъ этого число умножить на числителя множителя. Полученное послѣ этого число и будетъ произведеніе.

Положимъ теперь, что въ данной задачѣ множимое дробь. Положимъ, что одинъ аршинъ матеріи стоитъ $\frac{4}{5}$ рубля, а требуется опредѣлить, что стоитъ $\frac{2}{3}$ аршина этой матеріи. Въ этомъ случаѣ требуется опредѣлить двѣ третихъ части дроби. Для этого опять опредѣлимъ сначала одну третью часть этой дроби. Такъ какъ одна треть всякаго числа меньше всего этого числа въ 3 раза, то чтобы опредѣлить одну третью часть отъ $\frac{4}{5}$ р., нужно $\frac{4}{5}$ р. уменьшить въ 3 раза. Но чтобы уменьшить дробь въ 3 раза, нужно или числителя раздѣлить или знаменателя умножить на 3. Умноживъ знаменателя $\frac{4}{5}$ рубля на 3, получимъ, что одна треть отъ $\frac{4}{5}$ руб. равна дроби $\frac{4}{15}$ руб. Чтобы получить $\frac{2}{3}$ отъ $\frac{4}{5}$ руб., нужно одну треть отъ $\frac{4}{5}$ р. увеличить въ 2 раза и для этого, по вышесказанному, числителя дроби $\frac{4}{15}$ руб. умножить на 2. Тогда получимъ, что $\frac{2}{3}$ отъ $\frac{4}{5}$ р. равна $\frac{8}{15}$ р. Такимъ образомъ видимъ, что для опредѣленія нѣсколькихъ одинаковыхъ долей какой-либо данной дроби, или иначе сказать, для умноженія некоторой данной дроби на другую данную дробь, нужно знаменателя множимаго умножить на знаменателя множителя, а числителя множимаго на числителя множителя и первое изъ этихъ произведеній взять знаменателемъ произведенія, а второе его числителемъ.

Положимъ еще, что требуется рѣшить такую задачу. „Одинъ аршинъ матеріи стоитъ $\frac{4}{5}$ руб., сколько стоитъ 7 арш. этой же матеріи.“ Такъ какъ стоимость 7 аршинъ матеріи должна равняться

стоимости 1 аршина, взятой 7 разъ, то для рѣшенія данной задачи нужно, слѣдовательно, составить число, равное одному изъ данныхъ чиселъ, $\frac{4}{5}$ руб., повторенному столько разъ, сколько въ другомъ данномъ числѣ единицъ, т. е. 7 разъ. Слѣдовательно, для рѣшенія данной задачи требуется сдѣлать умноженіе. Взявъ $\frac{4}{5}$ руб. слагаемымъ 7 разъ, мы въ суммѣ получимъ дробь, у которой знаменатель будетъ тотъ же, что и у множимаго, т. е. 5, а числителемъ числитель множимаго, взятый 7 разъ, т. е. 4. 7 или произведеніе числителя множимаго на множителя. Такимъ образомъ находимъ, что *произведеніе дроби на цѣлое число* равно дроби, у которой числитель равенъ произведенію числителя множимаго на множителя, а знаменатель равенъ знаменателю множимаго.

Такъ какъ смѣшанныя числа всегда можно замѣнить равными имъ дробями, то, очевидно, что пользуясь только найденными правилами умноженія цѣлага числа на дробь, дроби на дробь и дроби на цѣлое число, можно производить умноженіе какихъ угодно дробныхъ чиселъ. Положимъ, на примѣръ, требовалось бы умножить $3\frac{5}{8}$ р. на $4\frac{3}{4}$. Такъ какъ $3\frac{5}{8}$ р. = $2\frac{9}{8}$ р., а $4\frac{3}{4} = 1\frac{1}{4}$, то произведеніе $3\frac{5}{8}$ р. на $4\frac{3}{4}$, очевидно, найдёмъ, когда найдёмъ произведеніе дробей $2\frac{9}{8}$ руб. и $1\frac{1}{4}$.

Принимая во вниманіе сейчасть сказанное объ умноженіи смѣшанныхъ чиселъ, а также что всякое цѣлое число можно представить въ видѣ дроби, у которой числитель равенъ произведенію этого цѣлага числа на знаменатель этой дроби (простѣйшая дробь будетъ когда знаменатель возьмёмъ равнымъ единицѣ, $3 = \frac{3 \cdot 1}{1} = \frac{3}{1}$) вмѣсто всѣхъ выше приведенныхъ правилъ для умноженія дробныхъ чиселъ отдѣльно для каждаго случая можно имѣть слѣдующее *общее правило*: *Произведеніе какихъ угодно чиселъ равно дроби, у которой числитель и знаменатель суть произведенія соответственно числителей и знаменателей дробей, равныхъ даннымъ сомножителямъ.*

При умноженіи какого либо числа на цѣлое число, какъ мы знаемъ уже, число это всегда увеличивается. Поэтому, при дѣйствіяхъ надъ цѣлыми числами, часто слова умножить и увеличить въ нѣсколько разъ употребляютъ одно вмѣсто другаго. Но при умноженіи дробныхъ чиселъ, эти два слова надо строго различать, такъ какъ при умноженіи на дробь число можетъ не только не увеличиться, а даже уменьшиться. При умноженіи на дробь, какъ мы видѣли, множимое умножается на числителя этой дроби и дѣлится на ея знаменателя. Отсюда уже ясно, что когда числитель множителя менѣе его знаменателя, и слѣдовательно множитель представляетъ правильную дробь, произведеніе будетъ меньше множимаго, а когда числитель множителя больше его знаменателя, множитель слѣдовательно больше единицы, произведеніе очевидно будетъ больше множимаго. Когда множитель представляетъ неправильную дробь, равную единицѣ, очевидно, произведеніе будетъ равно множимому.

Зная чему равно произведение двухъ дробей, легко опредѣлить произведение и нѣсколькихъ дробей. Положимъ требуется найти произведение трехъ дробей $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{6}{11}$. Перемноживъ двѣ первыя по общему правилу, найдёмъ, что $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 7}$. Умноживъ теперь полученную въ произведёніи дробь на третью данную дробь по тому же правилу, найдёмъ, что $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{6}{11} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 6}{5 \cdot 7 \cdot 11} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 6}{5 \cdot 7 \cdot 11} = \frac{36}{385}$.

Изъ этого и принимая во вниманіе, что смѣшанныя и цѣлыя числа можно всегда замѣнить дробями, находимъ, что произведение нѣсколькихъ чиселъ, между которыми есть дроби, равно дроби, у которой числитель и знаменатель суть произведёнія соответственно числителей и знаменателей дробей, равныхъ даннымъ сомножителямъ.

По указаннымъ ранѣе причинамъ (§ 17), передъ умноженіемъ данныя для умноженія дроби, если возможно, всегда сокращаютъ и перемножаютъ дроби только несократимыя, а послѣ умноженія сокращаютъ также, когда возможно, и полученную въ произведёніи дробь. Относительно сокращенія дробей при умноженіи нужно имѣть въ виду ещё слѣдующее. Сокращеніе дроби состоитъ въ исключеніи изъ числителя и знаменателя ея общихъ простыхъ множителей. Но числитель произведёнія цѣлыхъ чиселъ и дробей очевидно состоитъ только изъ тѣхъ простыхъ множителей, изъ которыхъ состоятъ сомножители цѣлыя и числители дробей, а знаменатель произведёнія только изъ тѣхъ простыхъ множителей, изъ которыхъ состоятъ знаменатели сомножителей дробей. Поэтому, сокращеніе произведёнія равносильно исключенію общихъ или одинаковыхъ простыхъ множителей изъ сомножителей цѣлыхъ или изъ числителей сомножителей дробей и изъ знаменателей сомножителей дробей чрезъ дѣленіе ихъ на этихъ общихъ множителей. Такъ какъ чрезъ такое дѣленіе числа, которыя потѣмъ нужно перемножать, уменьшаются, а меньшія числа перемножать легче, то удобнѣе сомножителей цѣлыхъ или числителей сомножителей дробей и знаменателей сомножителей дробей дѣлить, если возможно, на всѣхъ общихъ дѣлителей ихъ еще до нахождения произведёнія. Въ такомъ случаѣ произведение получается уже несократимое, но по величинѣ одинаковое съ тѣмъ, которое получилосъ бы, если бы сказаннаго дѣленія на общихъ дѣлителей до умноженія не производили. Это легко прослѣдить на примѣрахъ, хотя слѣдующихъ:

$$\begin{aligned} \frac{15}{16} \cdot \frac{28}{25} &= \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 4} \cdot \frac{4 \cdot 7}{5 \cdot 5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 5} = \frac{21}{25} \text{ и} \\ \frac{15}{16} \cdot \frac{28}{25} &= \frac{15 \cdot 28}{16 \cdot 25} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 7}{4 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 5} = \frac{21}{20} \\ \text{или: } \frac{5}{7} \cdot 12 \cdot \frac{14}{15} &= \frac{5}{7} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 5} = 4 \cdot 2 = 8 \text{ и} \\ \frac{5}{7} \cdot 12 \cdot \frac{14}{15} &= \frac{5 \cdot 12 \cdot 14}{7 \cdot 15} = \frac{5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 7}{7 \cdot 5 \cdot 3} = 4 \cdot 2 = 8. \end{aligned}$$

Замѣчая, что умноженіе дробей приводится къ умноженію цѣлыхъ чиселъ, — числителей и знаменателей этихъ дробей, мы заключаемъ,

что свойство произведёнія цѣлыхъ чиселъ не измѣняться отъ перемѣны мѣстъ сомножителей (независимо отъ ихъ наименованія) должно распространяться и на произведёніе дробныхъ чиселъ. Въ самомъ дѣлѣ, возьмёмъ напимѣръ, дроби $\frac{3}{5}$ и $\frac{4}{7}$. Произведёніе $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 7}$. Но $3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$ и $5 \cdot 7 = 7 \cdot 5$. Поэтому $\frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 7} = \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 5}$ а такъ какъ $\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 5}$ то слѣдовательно $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{5}$. Подобнымъ же образомъ можно доказать это свойство произведёнія и для нѣсколькихъ дробей, а также и для того случая, когда нѣкоторые изъ сомножителей числа дробныя, а другія цѣлыя.

Легко также убѣдиться, что при умноженіи дробныхъ чиселъ такъ-же, какъ и при умноженіи цѣлыхъ, произведёніе не измѣняется отъ того, что сомножители раздѣляются на группы и сначала дѣлается умноженіе въ каждой группѣ отдѣльно, а потомъ перемножаются полученныя въ каждой группѣ произведёнія. Положимъ, напимѣръ, требуется найти произведёніе $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{11}{13}$. Оно равно дроби $\frac{2 \cdot 5 \cdot 11}{3 \cdot 7 \cdot 13}$. Но можно сначала отдѣльно перемножить вторую и третью дроби $\frac{5}{7} \cdot \frac{11}{13}$ и на полученное произведёніе умножить первую дробь, такъ какъ произведёніе при этомъ получится то же, что и выше указано. Въ самомъ дѣлѣ, $\frac{5}{7} \cdot \frac{11}{13} = \frac{5 \cdot 11}{7 \cdot 13}$, а $\frac{2}{3} \cdot \frac{5 \cdot 11}{7 \cdot 13} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 11}{3 \cdot 7 \cdot 13}$. Также $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{13} \cdot \frac{11}{9} = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \right) \cdot \left(\frac{7}{13} \cdot \frac{11}{9} \right)$ потому, что $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 11}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 9} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 11}{13 \cdot 9}$ и $\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \right) \cdot \left(\frac{7}{13} \cdot \frac{11}{9} \right) = \frac{2 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 11}{3 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 9} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 11}{3 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 9}$, а это равно $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{13} \cdot \frac{11}{9}$.

П р и м ѣ р ы:

343) а) $\frac{1}{4} \times 5$
 б) $\frac{3}{7} \times 15$
 в) $\frac{4}{5} \times 24$
 г) $\frac{5}{8} \times 25$
 д) $\frac{7}{12} \times 31$

346) а) $3\frac{3}{4} \times 12$
 б) $5\frac{11}{14} \times 7$
 в) $6\frac{14}{18} \times 36$
 г) $7\frac{17}{20} \times 10$
 д) $9\frac{14}{25} \times 75$

349) а) $6 \times \frac{2}{3}$
 б) $8 \times \frac{3}{4}$
 в) $9 \times \frac{2}{5}$
 г) $10 \times \frac{3}{5}$
 д) $12 \times \frac{5}{6}$

352) а) $6 \times 3\frac{2}{3}$
 б) $5 \times 9\frac{6}{15}$
 в) $8 \times 7\frac{3}{4}$
 г) $10 \times 8\frac{1}{2}$
 д) $7 \times 3\frac{4}{21}$

344) а) $\frac{3}{4} \times 8$
 б) $\frac{5}{6} \times 24$
 в) $\frac{7}{9} \times 43$
 г) $\frac{3}{7} \times 42$
 д) $\frac{9}{13} \times 65$

347) а) $\frac{5}{9} \times 24$
 б) $\frac{5}{18} \times 15$
 в) $\frac{5}{16} \times 20$
 г) $\frac{7}{15} \times 35$
 д) $\frac{11}{21} \times 28$

350) а) $12 \times \frac{5}{8}$
 б) $10 \times \frac{4}{15}$
 в) $8 \times \frac{6}{12}$
 г) $9 \times \frac{5}{12}$
 д) $6 \times \frac{19}{21}$

353) а) $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$
 б) $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$
 в) $\frac{5}{6} \times \frac{7}{13}$
 г) $\frac{11}{12} \times \frac{5}{7}$
 д) $\frac{5}{14} \times \frac{11}{17}$

345) а) $2\frac{1}{3} \times 4$
 б) $3\frac{3}{4} \times 5$
 в) $5\frac{3}{5} \times 6$
 г) $7\frac{5}{6} \times 14$
 д) $9\frac{8}{9} \times 13$

348) а) $3 \times \frac{1}{2}$
 б) $5 \times \frac{3}{4}$
 в) $6 \times \frac{5}{7}$
 г) $4 \times \frac{3}{5}$
 д) $7 \times \frac{5}{8}$

351) а) $3 \times 2\frac{1}{2}$
 б) $4 \times 6\frac{2}{3}$
 в) $5 \times 5\frac{4}{5}$
 г) $6 \times 5\frac{3}{5}$
 д) $7 \times 9\frac{3}{8}$

354) а) $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$
 б) $\frac{5}{7} \times \frac{7}{8}$
 в) $\frac{6}{11} \times \frac{11}{13}$
 г) $\frac{10}{13} \times \frac{3}{4}$
 д) $\frac{5}{8} \times \frac{3}{5}$

$$\begin{array}{ll}
 355) \text{ а) } \frac{4}{5} \times \frac{7}{16} & 356) \text{ а) } \frac{3}{5} \times \frac{15}{16} \\
 \text{б) } \frac{5}{7} \times \frac{7}{15} & \text{б) } \frac{3}{4} \times \frac{8}{11} \\
 \text{в) } \frac{6}{11} \times \frac{5}{12} & \text{в) } \frac{4}{15} \times \frac{5}{9} \\
 \text{г) } \frac{7}{15} \times \frac{13}{28} & \text{г) } \frac{5}{21} \times \frac{7}{8} \\
 \text{д) } \frac{13}{18} \times \frac{11}{39} & \text{д) } \frac{8}{13} \times \frac{39}{46}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 358) \text{ а) } \frac{5}{6} \times \frac{18}{25} & 359) \text{ а) } \frac{15}{26} \times \frac{78}{95} \\
 \text{б) } \frac{7}{9} \times \frac{36}{49} & \text{б) } \frac{9}{16} \times \frac{56}{96} \\
 \text{в) } \frac{9}{13} \times \frac{70}{81} & \text{в) } \frac{12}{25} \times \frac{35}{39} \\
 \text{г) } \frac{16}{21} \times \frac{105}{112} & \text{г) } \frac{14}{27} \times \frac{46}{49} \\
 \text{д) } \frac{19}{35} \times \frac{35}{54} & \text{д) } \frac{75}{71} \times \frac{53}{100}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 357) \text{ а) } \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} \\
 \text{б) } \frac{4}{5} \times \frac{15}{28} \\
 \text{в) } \frac{5}{7} \times \frac{28}{45} \\
 \text{г) } \frac{9}{11} \times \frac{44}{45} \\
 \text{д) } \frac{11}{13} \times \frac{65}{77}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 360) \text{ а) } \frac{39}{56} \times \frac{28}{52} \\
 \text{б) } \frac{90}{91} \times \frac{49}{85} \\
 \text{в) } \frac{105}{112} \times \frac{84}{95} \\
 \text{г) } \frac{225}{363} \times \frac{121}{125} \\
 \text{д) } \frac{323}{628} \times \frac{135}{136}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 361) \text{ а) } \frac{2}{5} \times \frac{8}{21} \\
 \text{б) } \frac{7}{5} \times \frac{6}{18} \\
 \text{в) } \frac{5}{3} \times \frac{20}{23} \\
 \text{г) } \frac{6}{4} \times \frac{15}{34} \\
 \text{д) } \frac{4}{3} \times \frac{28}{31}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 362) \text{ а) } 2 \frac{2}{9} \times \frac{12}{25} \\
 \text{б) } 4 \frac{7}{12} \times \frac{27}{35} \\
 \text{в) } 1 \frac{5}{12} \times \frac{15}{16} \\
 \text{г) } 3 \frac{8}{9} \times \frac{15}{28} \\
 \text{д) } 8 \frac{8}{15} \times \frac{27}{44}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 363) \text{ а) } \frac{12}{35} \times 2 \frac{5}{8} \\
 \text{б) } \frac{21}{31} \times 13 \frac{7}{8} \\
 \text{в) } \frac{32}{35} \times 15 \frac{5}{12} \\
 \text{г) } \frac{54}{63} \times 26 \frac{7}{16} \\
 \text{д) } 2 \frac{94}{303} \times 19 \frac{5}{31}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 364) \text{ а) } 3 \frac{3}{7} \times 2 \frac{13}{18} \\
 \text{б) } 5 \frac{5}{8} \times 1 \frac{17}{27} \\
 \text{в) } 6 \frac{5}{12} \times 2 \frac{10}{33} \\
 \text{г) } 9 \frac{9}{16} \times 3 \frac{17}{45} \\
 \text{д) } 6 \frac{6}{35} \times 5 \frac{19}{27}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 365) \text{ а) } 3 \frac{6}{7} \times 2 \frac{5}{8} \\
 \text{б) } 5 \frac{3}{4} \times 2 \frac{5}{7} \\
 \text{в) } 1 \frac{5}{6} \times 3 \frac{3}{9} \\
 \text{г) } 7 \frac{7}{9} \times 3 \frac{5}{18}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 366) \frac{1}{2} \times \frac{3}{7} \times \frac{5}{7} \\
 367) \frac{3}{5} \times \frac{5}{7} \times \frac{7}{9} \times \frac{9}{10}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 368) \frac{5}{7} \times \frac{21}{25} \times \frac{35}{36} \times \frac{12}{15} \times \frac{30}{49} \\
 369) \frac{15}{28} \times \frac{21}{25} \times \frac{22}{27} \times \frac{10}{33} \times \frac{36}{49} \times \frac{35}{44} \\
 370) \frac{15}{16} \times \frac{26}{27} \times \frac{35}{39} \times \frac{45}{49} \times \frac{14}{25} \times \frac{24}{55} \times \frac{22}{63} \\
 371) \frac{5}{9} \times \frac{21}{22} \times \frac{18}{35} \times \frac{9}{10} \times \frac{20}{27} \\
 372) 3 \frac{2}{3} \times 5 \frac{7}{15} \times 7 \frac{4}{5} \times 2 \frac{5}{41} \\
 373) 5 \frac{1}{3} \times 6 \frac{3}{8} \times 5 \frac{2}{15} \times 3 \frac{6}{13} \\
 374) 4 \frac{1}{5} \times 6 \frac{3}{7} \times 8 \frac{5}{8} \times 2 \frac{1}{6} \times 1 \frac{5}{13} \times 2 \frac{10}{23} \times 2 \frac{2}{21} \\
 375) 10 \frac{5}{7} \times 8 \frac{5}{9} \times 7 \frac{7}{15} \times 4 \frac{8}{25} \times 3 \frac{5}{24} \times 7 \frac{7}{44} \times 5 \frac{8}{86} \times 4 \frac{8}{49} \\
 376) 3 \frac{2}{3} \times 5 \frac{1}{4} \times 6 \frac{3}{7} \times 4 \frac{7}{8} \times \frac{4}{13} \times 2 \frac{2}{15} \times \frac{14}{35} \times 5 \frac{3}{33} \\
 377) 5 \frac{2}{5} \times \frac{5}{7} \times 7 \frac{5}{9} \times 3 \frac{1}{15} \times 2 \frac{1}{25} \times \frac{13}{17} \times \frac{14}{23} \times 1 \frac{1}{36} \times 1 \frac{1}{14}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 378) (2 \frac{2}{3} + 2 \frac{2}{5}) \times 3 \frac{3}{4} \\
 379) 3 \frac{1}{3} \times (8 \frac{3}{4} \times 2 \frac{1}{5}) \\
 380) 1 \frac{1}{5} \times (3 \frac{5}{6} - 2 \frac{1}{4}) \\
 381) [(3 \frac{1}{4} \times 4 \frac{4}{5}) - (2 \frac{1}{2} \times 3 \frac{1}{3})] \times 4 \frac{2}{7} \\
 382) [5 \frac{1}{4} \times 6 \frac{2}{3}] - (6 \frac{5}{6} - 4 \frac{3}{4}) \times 3 \frac{1}{4} \\
 383) [(6 \frac{5}{8} - 3 \frac{5}{6}) - (4 \frac{9}{9} \times 1 \frac{1}{4})] \times 7 \frac{1}{5} \\
 384) [(3 \frac{1}{8} - 2 \frac{1}{5}) \times [5 \frac{8}{4} - 3 \frac{6}{10}]] \times 2 \frac{2}{7} \\
 385) [(3 \frac{7}{8} - 1 \frac{5}{12}) - [(5 \frac{5}{6} - 4 \frac{3}{4})] \times 2 \frac{2}{3} \\
 386) (8 \frac{8}{9} + 1 \frac{5}{6}) (\frac{3}{4} \times \frac{3}{5})
 \end{array}$$

- 387) $(8\frac{5}{9} - 2\frac{7}{12}) (4\frac{4}{5} - 3\frac{7}{8})$
 388) $[(4\frac{7}{9} + 2\frac{7}{12}) - (6\frac{7}{9} + 3\frac{3}{8})] \times 2\frac{5}{7} + 3\frac{3}{5}$
 389) $[(8 + 5\frac{5}{7}) - (7\frac{6}{7} - 1\frac{3}{9})] \times (5\frac{5}{8} + 5\frac{5}{8})$
 390) $[(5\frac{7}{9} - 2\frac{3}{5}) - (6\frac{7}{15} - 3\frac{5}{6})] \times 5\frac{5}{14} + 2\frac{6}{7}$
 391) $[(6\frac{3}{8} + 8\frac{2}{3}) - (3\frac{5}{12} + 4\frac{1}{2})] \times 3\frac{6}{7} - 2\frac{3}{5}$
 392) $[(7\frac{7}{12} - 3\frac{2}{9}) - (5\frac{4}{15} - 2\frac{3}{10})] \times (15\frac{5}{12} - 4\frac{1}{6})$
 393) $[(3\frac{3}{7} + 8\frac{2}{3}) - (2\frac{5}{14} + 5\frac{1}{2})] \times [(8\frac{3}{11} + 2\frac{1}{2}) - (8\frac{3}{11} - 4\frac{1}{5})]$
 394) $[(5\frac{5}{6} - 3\frac{1}{2}) - (8\frac{2}{3} - 7\frac{17}{42})] [(6\frac{1}{8} - 4\frac{5}{18} - (3\frac{7}{9} - 3\frac{4}{15})]$
 395) $[(17\frac{1}{2} - 3\frac{3}{28}) \times 6\frac{2}{9} - (6\frac{1}{4} - 2\frac{7}{9}) (5\frac{5}{7} + 7\frac{1}{5})] \times [(8\frac{1}{2} - 7\frac{5}{6}) (9\frac{5}{6} - 8\frac{3}{4}) + 2\frac{2}{3}]$

396) 1 фунтъ нѣкотораго товара стоить $5\frac{3}{10}$ рубля; сколько стоятъ 9 фунтовъ?

397) Портной купилъ 30 аршинъ сукна по $5\frac{3}{5}$ рубля за аршинъ. Сколько онъ долженъ заплатить?

398) Лѣстница состоитъ изъ 85 ступеней, высотой каждая въ $\frac{2}{3}$ фута. Какъ высока вся лѣстница?

399) Отъ бруска длиною въ $\frac{3}{4}$ сажени отпиlena часть, составляющая $\frac{8}{21}$ всего бруска. Какую часть сажени составляетъ отпиленная часть?

400) Писецъ долженъ переписать 78 листовъ, онъ переписалъ $\frac{2}{5}$ этого количества, сколько ему еще осталось переписать?

401) Въ лавкѣ продано $\frac{4}{9}$ куса полотна, въ которомъ содержалось 48 аршинъ. Сколько продано полотна?

402) Сколько заплачено за $153\frac{5}{24}$ бѣрковца говядины, если пудъ говядины стоить $4\frac{3}{5}$ рубля?

403) Часы уходятъ впередъ ежедневно на $5\frac{1}{4}$ минуты. На сколько они уйдутъ впередъ въ 3 недѣли?

404) Лавочникъ продаѣтъ муку по $5\frac{1}{2}$ коп. за фунтъ. Сколько барыша получитъ онъ, продавъ $\frac{3}{4}$ пуда муки, если фунтъ муки ему обходится въ $4\frac{3}{4}$ коп.?

405) Поездъ проходить въ минуту $4\frac{7}{50}$ версты; сколько онъ пройдетъ въ 2 часа съ четвертью?

406) Машина въ часъ вытягиваетъ $\frac{5}{7}$ саж. толстой проволоки. Сколько проволоки вытянетъ она въ 5, 9, 15, 14, 25 часовъ?

407) Кухарка купила $15\frac{1}{2}$ фнт. говядины и за каждый фнт. заплатила $\frac{8}{100}$ руб. Сколько денегъ издержала она на эту покушку.

408) Сколько ведеръ вина получили на винокуренномъ заводѣ изъ $455\frac{5}{6}$ чт. ржи, если изъ каждой четверти выкуривали $5\frac{4}{5}$ ведра?

409) Сколько получится муки изъ 10 четвертей ржи, если изъ одной четверти ржи получается $6\frac{19}{20}$ пуда муки?

410) Фунтъ сахара стоить 15 коп.; сколько нужно заплатить за 3 пуда $25\frac{3}{4}$ фнт.?

411) Колесо дѣлаетъ въ минуту $10\frac{1}{4}$ оборотовъ; сколько разъ оно обернется въ $1\frac{1}{2}$ часа?

412) Если $\frac{1}{6}$ аршина холста стоитъ 3 коп., то сколько будутъ стоить $\frac{3}{16}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{9}{16}$, $3\frac{1}{16}$, $5\frac{3}{16}$ аршина?

413) Если 1 аршинъ матеріи стоитъ $2\frac{1}{4}$ руб., то сколько стоятъ 10, 15, 25 аршинъ этой матеріи?

414) Купецъ купилъ 10 пудовъ изюму по $\frac{4}{25}$ руб. за фунтъ. Сколько онъ заплатилъ за весь товаръ?

415) Нѣкто купилъ въ продолженіе мѣсяца 6 разъ по $1\frac{5}{12}$ фнт. сахару. Другой же въ продолженіе того же времени въ 5 разъ больше. Сколько купилъ сахару второй?

416) Сколько верстъ сдѣлаетъ лошадь въ $5\frac{1}{2}$ часа, если въ часъ она пробѣгаетъ $9\frac{2}{3}$ верстъ?

417) Въ амбарѣ было $50\frac{1}{4}$ четверика ржи; туда высыпали еще 6 мѣшковъ, по $4\frac{1}{2}$ четверика въ каждомъ, и 10 мѣшковъ по $6\frac{3}{4}$ четверика. Сколько ржи стало въ амбарѣ?

418) Для составленія одного фунта чернилъ должно взять $4\frac{1}{384}$ фунта чернильныхъ орѣшковъ. Сколько фунтовъ этихъ орѣшковъ нужно взять для составленія $\frac{7}{10}$ пуда чернилъ?

419) Три каменщика заработали $56\frac{1}{4}$ рубля. Первый изъ нихъ получилъ $\frac{3}{16}$ этихъ денегъ, второй $\frac{7}{15}$ остатка и третій остальное. Сколько денегъ получилъ третій каменщикъ?

420) Три купца получили 756 пудовъ товара. Первый изъ нихъ взялъ $\frac{4}{15}$ этого количества, второй $\frac{7}{20}$ и третій остальное. На сколько пудовъ первый купецъ получилъ больше или меньше третьяго?

421) Въ бассейнѣ, вмѣстимостью въ 1150 ведеръ, проведенъ 3 трубы; чрезъ первую въ часъ наполняется $\frac{3}{20}$, чрезъ вторую — $\frac{4}{27}$ бассейна, чрезъ третью — въ то же время опоражнивается $\frac{7}{48}$ бассейна. Сколько воды будетъ въ бассейнѣ, если открыть всѣ 3 трубы одновременно на 4 часа?

422) Улицу съ 14 фонарями освѣщали керосиномъ, и въ каждомъ фонарѣ сгорало въ ночь $\frac{6}{16}$ фнт. керосину. Сколько стоило освѣщеніе этой улицы въ продолженіе двухъ недѣль, если за фунтъ керосину платили $\frac{1}{10}$ рубля?

423) Куплено 9 головъ сахару, въсомъ по $15\frac{5}{12}$ фнт. каждая. Сколько заплачено за весь купленный сахаръ, если фунтъ его стоитъ $\frac{4}{25}$ рубля?

424) Фунтъ чаю перваго сорта стоитъ $2\frac{6}{10}$ руб., а фунтъ чаю втораго на $\frac{3}{5}$ рубля дешевле фунт. перваго. Сколько рублей надо заплатить за $5\frac{2}{5}$ фнт. чаю перваго и $9\frac{3}{10}$ фнт. втораго сорта?

425) Для вырытія канавы, длиною въ 227 саженъ, наняты два землекопа. Первый изъ нихъ сдѣлалъ $\frac{3}{10}$ этой работы, а второй въ 5 разъ меньше. Сколько саженъ канавы осталось еще вырыть.

426) Нѣкто издержалъ $\frac{3}{14}$ имѣвшихся у него денегъ на покупку тетрадей и $\frac{9}{22}$ остатка на покупку перьевъ. Какая часть бывшихъ у него денегъ послѣ этого осталось?

427) Ведро молока вѣситъ $30\frac{59}{100}$ фунта. Если изъ каждаго фунта молока получалось $12\frac{5}{644}$ фунта сливокъ, а изъ каждаго фунта сливокъ $\frac{4}{19}$ фунта сливочнаго масла, то столько было приготовлено масла изъ 100 ведеръ молока?

428) На какомъ разстояніи другъ отъ друга находятся два путешественника въ 8 ч. 50 м. утра, если они отправились другъ другу навстрѣчу въ 6 ч. 20 м. утра изъ двухъ селеній, отстоящихъ другъ отъ друга на $26\frac{1}{4}$ версты, и если первый проходитъ въ часъ $4\frac{3}{5}$, а второй $5\frac{1}{10}$ версты?

§ 22.

г) Дѣленіе дробныхъ чиселъ.

Положимъ, что требуется рѣшать слѣдующія задачи:

I. „За $\frac{3}{4}$ аршина матеріи заплачено $\frac{4}{5}$ рубля; сколько стоитъ 1 аршинъ этой матеріи?“

II. „За какое количество матеріи слѣдуетъ заплатить $\frac{2}{3}$ рубля, если каждый аршинъ ея стоитъ $\frac{4}{5}$ рубля?“

Для рѣшенія задачъ, съ подобными условіями и вопросами, когда всѣ данныя въ нихъ числа цѣлыя, мы дѣлали дѣйствіе дѣленія, потому что дѣленіе было опредѣлено какъ такое дѣйствіе, посредствомъ котораго или одно изъ данныхъ чиселъ дѣлится на столько равныхъ частей, сколько въ другомъ данномъ числѣ содержится единицъ, или узнается, сколько разъ одно изъ данныхъ чиселъ заключается въ другомъ данномъ числѣ, а при данныхъ числахъ цѣлыхъ, въ задачахъ, подобныхъ I-й изъ предложенныхъ, требуется именно одно данное число раздѣлить на столько равныхъ частей, сколько въ другомъ данномъ числѣ заключается единицъ, а подобныхъ II-й узнать, сколько разъ одно изъ данныхъ чиселъ заключается въ другомъ данномъ числѣ. Напримѣръ, еслибы въ I-й задачѣ было сказано, что за 3 аршина матеріи заплачено 6 руб., то, очевидно, для опредѣленія стоимости одного аршина, нужно было бы 6 руб. раздѣлить на 3 равныя части. Также во II-й задачѣ, еслибы было сказано, что за матерію заплачено всего 12 руб., а каждый аршинъ матеріи стоитъ 3 руб., то аршинъ матеріи куплено было бы, очевидно, столько, сколько разъ въ 12 руб. заключается 3 руб. Но въ I-й изъ данныхъ задачъ дана стоимость $\frac{4}{5}$ аршина, а такъ какъ стоимость $\frac{4}{5}$ аршина очевидно должна составлять $\frac{4}{5}$ стоимости одного аршина, то можно сказать, что въ этой задачѣ дано $\frac{4}{5}$ стоимости одного аршина и по нимъ требуется найти всю стоимость одного аршина, иначе сказать, въ этой задачѣ дается величина нѣсколькихъ одинаковыхъ долей числа и по ней требуется опредѣлить все число. Во II-ой данной

задачъ количество матеріи, за которое слѣдуетъ заплатить $\frac{2}{3}$ рубля, очевидно составляетъ только часть аршина, потому что одинъ аршинъ стоитъ больше, чѣмъ $\frac{2}{3}$ рубля, и оно составляетъ такую же часть аршина, какую часть составляетъ его стоимость, т. е. $\frac{2}{3}$ р. отъ стоимости цѣлаго аршина, т. е. $\frac{4}{5}$ р. Слѣдовательно, для рѣшенія этой задачи требуется опредѣлить, какую часть одной данной дроби — $\frac{4}{5}$ р. составляетъ другая данная дробь — $\frac{2}{3}$ р. Такимъ вычисленіямъ, посредствомъ которыхъ по данной величинѣ нѣсколькихъ данныхъ долей числа опредѣляется все число, а также опредѣляется, какую часть одного данного числа составляетъ другое данное число, не даются особыхъ названій. А такъ какъ производить такія вычисленія приходится, при рѣшеніи задачъ съ данными числами дробными, по условіямъ и вопросу одинаковыхъ съ такими, которыя, при данныхъ числахъ цѣлыхъ, рѣшаются дѣленіемъ, то и эти вычисленія называются дѣйствіемъ дѣленія. Но въ виду этого, дѣйствію дѣленія даютъ нѣсколько иное болѣе общее опредѣленіе, чѣмъ указанное ранѣе (§ 14 ч. I), и при томъ такое, чтобы задачи, одинаковыя по условію и вопросу съ данными, рѣшались этимъ дѣйствіемъ какъ въ томъ случаѣ, когда данные и искомыя въ нихъ числа цѣлыя, такъ и тогда, когда они дробныя. Принимая во вниманіе ту связь, между дѣйствіями дѣленія и умноженія, которая была указана въ дѣйствіяхъ надъ цѣлыми числами (§ 17 и 18 ч. I), что данное дѣлимое всегда представляетъ произведеніе данного дѣлителя и искомага частнаго, дѣйствію дѣленія даютъ слѣдующее опредѣленіе, одинаково примѣнимое къ задачамъ съ данными и искомыми числами какъ цѣлыми, такъ и дробными. *Дѣленіе есть такое ариѳметическое дѣйствіе, посредствомъ котораго по данному произведенію двухъ сомножителей и одному изъ этихъ сомножителей отыскивается другой сомножитель.* При этомъ данное произведеніе называется дѣлимымъ, а данный сомножитель — дѣлителемъ.

Это опредѣленіе дѣленія обнимаетъ собою оба случая дѣленія, которыя мы имѣли при дѣленіи цѣлыхъ чиселъ, дѣленіе на равныя части и дѣленіе по содержанію, потому что, какъ было указано въ дѣленіи цѣлыхъ чиселъ, при дѣленіи на части, дается произведеніе и множитель, а ищется множимое, а при дѣленіи по содержанію, дается произведеніе и множимое, а ищется множитель.

По приведенному сейчасъ общему опредѣленію дѣйствія дѣленія, взятая задача несомнѣнно должна рѣшаться этимъ именно дѣйствіемъ. Въ самомъ дѣлѣ, въ I-й изъ этихъ задачъ, какъ сказано выше, дана величина нѣсколькихъ одинаковыхъ долей нѣкотораго числа, а именно $\frac{2}{3}$ рубля, которыя представляютъ $\frac{4}{5}$ стоимости одного аршина. Но изъ сказаннаго о дѣйствіи умноженія въ предыдущемъ § извѣстно, что величина нѣсколькихъ одинаковыхъ частей числа представляетъ произведеніе этого числа на дробь, выражающую число и величину этихъ частей. Въ данной, на примѣръ, задачѣ $\frac{2}{3}$ рубля представляютъ произведеніе стоимости одного аршина матеріи на дробь $\frac{3}{4}$. Слѣдовательно, въ данной задачѣ дано произведеніе неизвѣстнаго

числа на дробь. А такъ какъ вмѣстѣ съ тѣмъ въ задачѣ дана и эта послѣдняя дробь, и именно $\frac{3}{4}$, а ищется, $\frac{3}{4}$ какого числа составляють $\frac{2}{3}$ рубля, т. е. ищется, какое число умножено на $\frac{3}{4}$, если получено въ произведеніи $\frac{2}{3}$ рубля, то слѣдовательно въ I-й задачѣ по данному произденію и одному изъ сомножителей, и именно множителю, требуется найти другою сомножителя, и именно множимое. Во II-й задачѣ дана стоимость какого-то количества матеріи, именно $\frac{2}{3}$ рубля, и дана цѣна одного аршина этой матеріи, а именно $\frac{4}{5}$ рубля. А такъ какъ стоимость матеріи опредѣляется какъ произведеніе, при чемъ множимымъ берется цѣна одного аршина, а множителемъ число, выражающее количество матеріи въ аршинахъ, то значить, въ этой задачѣ дается произведеніе и множимое, а требуется найти множителя. Изъ этого слѣдуетъ, что для рѣшенія и II-й задачи требуется сдѣлать дѣленіе.

Такимъ образомъ находимъ, что посредствомъ дѣленія, и согласно новому опредѣленію этого дѣйствія, такъ же, какъ это было указано и при дѣленіи цѣлыхъ чиселъ, отыскивается или какое число надо умножить на одно изъ данныхъ чиселъ (дѣлителя), чтобы получить другое данное число (дѣлимое), или на какое число надо умножить одно изъ данныхъ чиселъ (дѣлитель), чтобы получить другое данное (дѣлимое). Принимая же во вниманіе то, что сказано было о значеніи множителя и множимаго, при умноженіи на дробныя числа, мы заключаемъ, что посредствомъ дѣленія, въ томъ слѣчаѣ, когда по даннымъ произведенію и множителю, причѣмъ послѣдній выражается дробью, ищутъ множимое, то опредѣляютъ, значить, то число, котораго какое либо извѣстное число данныхъ одинаковыхъ долей, выраженное данною въ задачѣ дробью (дѣлителемъ), представляетъ другое изъ данныхъ въ задачѣ чиселъ (дѣлимое), а въ томъ слѣчаѣ, когда по данному произденію и множимому ищутъ множителя, то опредѣляютъ, значить, дробь, которою можно выразить, сколько и какихъ одинаковыхъ долей одного изъ данныхъ въ задачѣ чиселъ (дѣлимаго) представляетъ другое изъ данныхъ чиселъ (дѣлитель). Въ первой, напимѣръ, изъ взятыхъ задачъ требуется опредѣлить, какого числа три четвертыхъ доли составляютъ $\frac{4}{5}$ рубля, а во второй — опредѣлить, сколько и какихъ одинаковыхъ долей $\frac{4}{5}$ рубля составляетъ число $\frac{2}{3}$ рубля.

Очевидно, что и здѣсь, при дѣленіи дробныхъ чиселъ, дѣлитель долженъ быть или одного наименованія съ дѣлимымъ, когда онъ представляетъ множимое, или долженъ быть числомъ отвлеченнымъ, когда онъ представляетъ множителя. Частное же можетъ быть именованное только тогда, когда оно представляетъ множимое, и тогда оно должно быть одного наименованія съ дѣлимымъ, когда же оно представляетъ множителя, оно должно быть отвлеченнымъ. Этими соображеніями въ нѣкоторыхъ случаяхъ приходится пользоваться для опредѣленія, который изъ случаевъ дѣленія представляетъ данная задача, а иногда и для опредѣленія, которое изъ данныхъ чиселъ въ задачѣ дѣлимое.

Рѣшимъ теперь I-ую изъ взятыхъ задачъ и по этому рѣшенію составимъ правило для дѣленія, когда дѣлитель есть множителъ и притомъ дробь.

Такъ какъ дѣлимое въ данной задачѣ представляетъ произведеніе искомаго множимаго, выражающаго стоимость одного аршина матеріи, на $\frac{3}{4}$ и равно $\frac{4}{5}$ р., то $\frac{4}{5}$ рублей составляютъ, слѣдовательно, $\frac{3}{4}$ неизвѣстнаго множимаго, потому что, какъ объяснено въ предыдущемъ параграфѣ, при умноженіи на $\frac{3}{4}$, мы опредѣляемъ $\frac{3}{4}$ множимаго. Такъ какъ $\frac{1}{4}$ множимаго мѣнѣе $\frac{3}{4}$ его въ 3 раза, то уменьшивъ дѣлимое $\frac{4}{5}$ р. въ 3 раза, а для этого умноживъ его знаменателя на 3, получимъ, что $\frac{1}{4}$ множимаго равно $\frac{4}{15}$ р. Но все множимое больше своей $\frac{1}{4}$ въ 4 раза. Поэтому, чтобы получить все множимое, увеличимъ $\frac{4}{15}$ р. въ 4 раза и для этого умножимъ числителя этой дроби на 4. Тогда получимъ, что искомое множимое равно $\frac{16}{15}$ р. Все вычисленіе располагается такъ:

$$\frac{4}{5} \text{ р.} : \frac{3}{4} = \frac{4 \cdot 4}{5 \cdot 3} \text{ р.} = \frac{16}{15} \text{ р.} = 1 \frac{1}{15} \text{ р.}$$

Изъ этого видимъ, что для того, чтобы по данной величинѣ нѣсколькихъ одинаковыхъ долей неизвѣстнаго числа опредѣлить это число, или, иначе сказать, чтобы раздѣлить дробь на дробь, когда дѣлитель представляетъ собою множителя, нѣжно знаменателя дѣлимаго умножить на числителя дѣлителя, а числителя дѣлимаго умножить на знаменателя дѣлителя и первое произведеніе взять знаменателемъ искомаго частнаго, а второе его числителемъ.

Возьмемъ теперь такую задачу, въ которой данное произведеніе было бы цѣлое число, а данный множитель, какъ и прежде, дробь. Положимъ, что за $\frac{4}{5}$ аршина матеріи заплачено 7 руб., и требуется опредѣлить, что стоитъ 1 аршинъ этой матеріи. По тѣмъ же соображеніямъ, что и въ предыдущемъ случаѣ, дѣлимое 7 руб. намъ представляетъ $\frac{4}{5}$ стоимости одного арш. матеріи или искомаго множимаго. Такъ какъ $\frac{1}{5}$ множимаго мѣнѣе $\frac{4}{5}$ его въ 4 раза, то $\frac{1}{5}$ множимаго получимъ, уменьшивъ дѣлимое 7 руб. въ 4 раза или, что все равно, раздѣливъ его на 4 равныя части. Какъ было объяснено ранѣе, частное отъ дѣленія 7 руб. на 4 можетъ быть выражено дробью $\frac{7}{4}$ руб. Поэтому, $\frac{1}{5}$ множимаго, слѣдовательно, равно $\frac{7}{4}$ руб. Но все множимое болѣе $\frac{1}{5}$ своей части въ 5 разъ. Поэтому, чтобы найти все множимое, надобно $\frac{1}{5}$ его, т. е. $\frac{7}{4}$ руб. увеличить въ 5 разъ или умножить на 5. А такъ какъ для этого надо числителя $\frac{7}{4}$ руб. умножить на 5, то находимъ, что все множимое равно $\frac{35}{4}$ руб. или $8 \frac{3}{4}$ руб.

Такимъ образомъ находимъ, что для того, чтобы раздѣлить цѣлое число на дробь, когда послѣдняя представляетъ множителя, нѣжно дѣлимое раздѣлить на числителя дѣлителя и полученное отъ этого частное умножить на знаменателя дѣлителя. Полученное послѣ того число и будетъ искомое частное или искомое множимое. Все вычисленіе располагается такъ: $7 \text{ р.} : \frac{4}{5} = \frac{7 \cdot 5}{4} \text{ р.} = \frac{35}{4} \text{ р.} = 8 \frac{3}{4} \text{ р.}$

Возьмём теперь ещё такую задачу, въ которой данный множитель, т. е. дѣлитель былъ бы цѣлое число. Положимъ, что за 4 аршина матеріи заплачено $\frac{3}{5}$ руб.; сколько стоитъ 1 аршинъ этой матеріи? Здѣсь дѣлимое $\frac{3}{5}$ руб. представляетъ произведеніе неизвѣстнаго множимаго, выражающаго стоимость 1 аршина матеріи, на 4, иначе сказать, дѣлимое $\frac{3}{5}$ р. равно 4 множимымъ. Но такъ какъ одно множимое мѣнѣе четырехъ множимыхъ въ 4 раза, то, чтобы найти 1 множимое, нужно дѣлимое $\frac{3}{5}$ руб. уменьшить въ 4 раза, а для этого, какъ извѣстно, нужно знаменателя дѣливаго умножить на 4. Поэтому, искомое частное (или искомое множимое) равно $\frac{3}{20}$ руб. Все вычисленіе располагается такъ: $\frac{3}{5}$ р. : 4 = $\frac{3}{5 \cdot 4}$ р. = $\frac{3}{20}$ р.

Отсюда видимъ, что для того, чтобы раздѣлить дробь на цѣлое число, нужно знаменателя дѣливаго умножить на дѣлителя и полученное произведеніе принять знаменателемъ частнаго, а числителемъ частнаго взять числителя дѣливаго.

Тотъ случай дѣленія, когда дѣлимое или дѣлитель или оба эти данныя числа смѣшанныя, нѣтъ надобности разсматривать отдѣльно, потому что смѣшанныя числа всегда можно замѣнить равными имъ неправильными дробями.

Условившись называть два числа, произведеніе которыхъ равно единицѣ, напримѣръ 3 и $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{3}$; $\frac{2}{5}$ и $\frac{5}{2}$ и т. д. *числами обратными одно другому*, и зная, что цѣлое число всегда можно представить въ видѣ дроби, какъ это уже выше объяснено, мы можемъ для исполненія дѣйствія дѣленія во всѣхъ трехъ разсмотрѣнныхъ случаяхъ, когда даны произведеніе и множитель, имѣть одно такое общее правило:

Чтобы раздѣлить одно число на другое, нужно дѣлимое умножить на число обратное дѣлителю. Полученное произведеніе и будетъ искомымъ частнымъ.

Что это общее правило согласно со всѣми выше выведенными правилами, можно убѣдиться на слѣдующихъ примѣрахъ.

$$\begin{aligned} 3 \text{ р.} : \frac{5}{7} &= \frac{3 \cdot 7}{5} \text{ р.} = 3 \text{ р.} \cdot \frac{7}{5}; \quad \frac{5}{7} \text{ р.} : \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 2} \text{ р.} = \frac{5}{7} \text{ р.} \cdot \frac{3}{2}; \quad \frac{2}{3} \text{ р.} : 4 \\ &= \frac{2}{3 \cdot 4} \text{ р.} = \frac{2}{3} \text{ р.} : \frac{4}{1} = \frac{2}{3} \text{ р.} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{3 \cdot 4} \text{ р.}; \quad 3\frac{2}{5} \text{ р.} : 4\frac{7}{8} = 17\frac{1}{5} \text{ р.} : 39\frac{3}{8} \\ &= 17\frac{1}{5} \text{ р.} \cdot \frac{8}{39} = \frac{17 \cdot 8}{5 \cdot 39} \end{aligned}$$

Рѣшимъ теперь II-ую изъ приведенныхъ въ началѣ этого § задачъ, въ которой даны произведеніе и множимое, а требуется найти множителя, и изъ этого рѣшенія выведемъ правило для исполненія дѣйствія дѣленія въ этомъ случаѣ.

Такъ какъ по условію задачи $\frac{2}{3}$ руб., какъ объяснено выше, представляютъ произведеніе стоимости одного аршина матеріи, т. е. $\frac{4}{5}$ руб., на число, выражающее количество матеріи, стоящее эту сумму, то, слѣдовательно, для рѣшенія задачи требуется опредѣлить число, на которое нужно умножить $\frac{4}{5}$ руб., чтобы получить $\frac{2}{3}$ руб. Чтобы рѣшить этотъ вопросъ, найдемъ сначала, на что надо умно-

жить $\frac{4}{5}$ руб., чтобы получить 1 руб., или, что все равно, какую часть $\frac{4}{5}$ руб. составляет 1 руб. Такъ какъ произведёніе равно единицъ тогда, когда множимое и множитель суть числа обратныя, то очевидно, что для того, чтобы получить 1 руб., $\frac{4}{5}$ руб. нужно умножить на число ему обратное, т. е. $\frac{5}{4}$. Зная это, найдёмъ тепёръ, на что надо умножить 1 руб., чтобы получить $\frac{2}{3}$ руб. Такъ какъ, при одномъ изъ сомножителей равномъ единицъ, произведёніе очевидно равно другому сомножителю, то очевидно, что для того, чтобы получить $\frac{2}{3}$ руб., 1 руб. надо умножить на $\frac{2}{3}$. Такимъ образомъ находимъ, что для того, чтобы получить $\frac{2}{3}$ руб., $\frac{4}{5}$ руб., т. е. множимое, представляющее здѣсь дѣлитель, нужно умножить сначала на число ему обратное, т. е. на $\frac{5}{4}$, а потомъ полученное послѣ того произведёніе умножить ещё на число равное дѣлимому, т. е. на $\frac{2}{3}$. Но умножить какое-либо одно данное число на другое и полученное произведёніе на третье, какъ объяснено въ предыдущемъ §, все равно, что умножить первое число на произведёніе втораго и третьяго чиселъ. Поэтому находимъ, что для того, чтобы получить $\frac{2}{3}$ руб., $\frac{4}{5}$ руб. нужно умножить на произведёніе $\frac{5}{4} \cdot \frac{2}{3}$. Это произведёніе и есть, слѣдовательно, искомый множитель для множимаго $\frac{4}{5}$ руб., при произведёніи $\frac{2}{3}$ руб., и слѣдовательно есть частное отъ дѣленія $\frac{2}{3}$ руб. на $\frac{4}{5}$ руб. Все вычисленіе располагается обыкновенно такъ: $\frac{2}{3} \text{ р.} : \frac{4}{5} \text{ р.} = \frac{5}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 2}{4 \cdot 3} = \frac{10}{12}$.

Принимая во вниманіе, что величина произведёнія отъ перестановки сомножителей неизмѣняется, изъ всего вышесказаннаго находимъ, что дѣленіе производится и въ томъ случаѣ, когда дано произведёніе и множимое, совершенно по тому же правилу, по какому оно, какъ видѣли, производится въ томъ случаѣ, когда дано произведёніе и множитель, а именно: *Чтобы раздѣлить одно число на другое, нужно дѣлимое умножить на число обратное дѣлителю. Послѣднее произведёніе и есть искомое частное.*

Тѣже самое правило мы получимъ совершенно подобными же рассужденіями и въ тѣхъ случаяхъ, когда одно изъ данныхъ чиселъ дѣлимое или дѣлитель или оба эти числа одновременно цѣлыя. Возьмёмъ, напримѣръ, такую задачу. „Проходя по $\frac{2}{3}$ верст. въ минуту, пароходъ прошёлъ всего 14 верстъ. Сколько минутъ онъ шёлъ?“ Такъ какъ 14 верст. здѣсь представляетъ произведёніе $\frac{2}{3}$ версты на число, выражающее, сколько всего минутъ пароходъ шёлъ, то значить здѣсь требуется найти, на какое число надо умножить $\frac{2}{3}$ в., чтобы получить 14 верстъ, или, согласно опредѣленію дѣленія, $14 \text{ в.} : \frac{2}{3} \text{ в.}$ Чтобы получить 1 в., $\frac{2}{3}$ в. надо умножить на $\frac{3}{2}$, число обратное дѣлителю, а чтобы получить 14 в., нужно 1 в. умножить на 14. Такимъ образомъ находимъ, что для того, чтобы получить 14 верстъ, $\frac{2}{3}$ версты нужно умножить на $\frac{3}{2}$ и полученное произведёніе на 14. А такъ какъ умножить число на $\frac{3}{2}$ и полученное произведёніе на 14 все равно что умножить первое число на произведёніе чиселъ $\frac{3}{2}$

и 14, то значить, чтобы получить 14 в., $\frac{2}{3}$ в. нужно умножить на $\frac{3}{2}$. 14 или совершенно равное ему произведение 14. $\frac{3}{2}$. Следовательно и в этом случаѣ находимъ, что $14 \text{ в.} : \frac{2}{3} = 14 \cdot \frac{3}{2}$, т. е., согласно вышеведенному правилу, произведенію дѣлимаго на число обратное дѣлителю.

Положимъ еще требуется 2 р. : 5 р.

Раздѣлить 2 р. на 5 р., по вышесказанному, значить найти, на какое число надо умножить 5 руб., чтобы получить 2 руб. Чтобы получить 1 руб., 5 руб. нужно умножить на $\frac{1}{5}$, а чтобы получить 2 руб., 1 руб. нужно умножить на 2. Следовательно, чтобы получить 2 руб., 5 руб. нужно умножить на $\frac{1}{5}$ и полученное произведение на 2, или, что все равно, 5 руб. умножить на произведение $\frac{1}{5} \cdot 2$ или совершенно равное ему произведение 2. $\frac{1}{5}$. Такимъ образомъ находимъ, что $2 \text{ р.} : 5 \text{ р.} = 2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$.

Еще примѣръ : $\frac{3}{4}$ арш. : 7 арш.

Чтобы получить 1 арш., 7 арш. нужно умножить на $\frac{1}{7}$, а чтобы получить $\frac{3}{4}$ арш., 1 арш. нужно умножить на $\frac{3}{4}$. Следовательно, чтобы получить $\frac{3}{4}$ арш., 7 арш. нужно умножить на произведение $\frac{1}{7} \cdot \frac{3}{4}$ или равное ему произведение $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{7}$. Следовательно $\frac{3}{4} \text{ ар.} : 7 \text{ ар.} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{7} = \frac{3}{28}$.

Передъ дѣленіемъ дробныхъ чиселъ данныя для дѣленія дроби сокращаютъ и производятъ дѣйствіе надъ дробями несократимыми, а послѣ дѣленія, если возможно сокращаютъ частное. Но принимая во вниманіе, что числитель частнаго состоитъ изъ произведенія простыхъ множителей, входящихъ въ составъ числителя дѣлимаго, если онъ дробь, или въ составъ дѣлимаго, если онъ цѣлое число, и въ составъ знаменателя дѣлителя, а знаменатель частнаго состоитъ изъ произведенія простыхъ множителей, входящихъ въ составъ дѣлителя, если онъ цѣлое число, или въ составъ числителя дѣлителя, если онъ дробь, и въ составъ знаменателя дѣлимаго, для простоты вычисленій до исполненія даннаго дѣленія дѣлятъ оба числителя данныхъ дробей на ихъ общій дѣлитель, или цѣлое число и числитель данной дроби на ихъ общій дѣлитель, и оба знаменателя на ихъ общій дѣлитель.

П р и м ѣ р ы :

$$12\frac{12}{55} : 25\frac{25}{33} = 12\frac{12}{5} : 25\frac{25}{3} = 36\frac{12}{25}.$$

$$45 : 27\frac{27}{11} = 5 : 3\frac{3}{11} = 55\frac{5}{3}.$$

$$18\frac{18}{55} : 33\frac{33}{25} = 6\frac{6}{11} : 11\frac{11}{5} = 30\frac{6}{121}.$$

$$5\frac{5}{21} : 15\frac{15}{14} = 1\frac{1}{3} : 3\frac{3}{2} = 2\frac{2}{9}.$$

Численные примѣры дробныхъ чиселъ.

429) а) $\frac{3}{4} : 3$

430) а) $15\frac{15}{17} : 5$

431) а) $12\frac{12}{13} : 4$

б) $\frac{5}{8} : 5$

б) $18\frac{18}{25} : 9$

б) $16\frac{16}{17} : 5$

в) $\frac{7}{9} : 7$

в) $21\frac{21}{26} : 7$

в) $18\frac{18}{29} : 9$

г) $11\frac{11}{15} : 11$

г) $36\frac{36}{39} : 12$

г) $21\frac{21}{26} : 13$

д) $18\frac{18}{20} : 17$

д) $45\frac{45}{47} : 15$

д) $36\frac{36}{40} : 18$

- 432) а) $\frac{3}{5} : 2$
 б) $\frac{7}{8} : 4$
 в) $\frac{9}{11} : 8$
 г) $\frac{15}{22} : 11$
 д) $\frac{17}{25} : 5$
- 433) а) $\frac{15}{16} : 10$
 б) $\frac{15}{16} : 10$
 в) $\frac{24}{25} : 15$
 г) $\frac{30}{37} : 20$
 д) $\frac{36}{37} : 24$
- 434) а) $1\frac{1}{2} : 3$
 б) $3\frac{3}{5} : 9$
 в) $5\frac{5}{6} : 7$
 г) $4\frac{5}{7} : 11$
 д) $6\frac{6}{7} : 16$
- 435) а) $3\frac{3}{4} : 4$
 б) $5\frac{5}{6} : 8$
 в) $7\frac{7}{9} : 9$
 г) $5\frac{11}{12} : 11$
 д) $6\frac{5}{12} : 15$
- 436) а) $5\frac{3}{5} : 21$
 б) $8\frac{1}{8} : 24$
 в) $4\frac{7}{8} : 26$
 г) $8\frac{2}{5} : 28$
 д) $9\frac{5}{8} : 33$
- 437) а) $27\frac{11}{23} : 12$
 б) $35\frac{15}{28} : 35$
 в) $46\frac{33}{77} : 44$
 г) $75\frac{25}{57} : 75$
 д) $87\frac{56}{63} : 84$
- 438) а) $3 : 1\frac{1}{2}$
 б) $5 : 1\frac{1}{5}$
 в) $7 : 2\frac{2}{7}$
 г) $9 : 5\frac{5}{7}$
 д) $12 : 7\frac{7}{9}$
- 439) а) $4 : 5\frac{5}{6}$
 б) $8 : 8\frac{8}{9}$
 в) $12 : 12\frac{12}{13}$
 г) $18 : 18\frac{18}{23}$
 д) $24 : 24\frac{24}{25}$
- 440) а) $8 : 6\frac{6}{7}$
 б) $12 : 6\frac{6}{11}$
 в) $18 : 9\frac{9}{10}$
 г) $27 : 9\frac{9}{13}$
 д) $47 : 7\frac{7}{8}$
- 441) а) $9 : 6\frac{6}{7}$
 б) $15 : 9\frac{9}{10}$
 в) $24 : 16\frac{16}{21}$
 г) $32 : 24\frac{24}{25}$
 д) $48 : 20\frac{20}{27}$
- 442) а) $24 : 11\frac{1}{5}$
 б) $32 : 22\frac{2}{3}$
 в) $35 : 24\frac{4}{5}$
 г) $42 : 24\frac{4}{7}$
 д) $56 : 17\frac{7}{9}$
- 443) а) $375 : 9\frac{9}{8}$
 б) $582 : 3\frac{3}{7}$
 в) $945 : 5\frac{12}{13}$
 г) $1899 : 7\frac{5}{7}$
 д) $378 : 6\frac{3}{1}$
- 444) а) $756 : 7\frac{14}{25}$
 б) $378 : 3\frac{3}{41}$
 в) $988 : 14\frac{4}{7}$
 г) $960 : 3\frac{9}{29}$
 д) $1875 : 2\frac{23}{57}$
- 445) а) $1\frac{1}{4} : 1\frac{1}{3}$
 б) $1\frac{1}{8} : 1\frac{1}{5}$
 в) $1\frac{1}{9} : 1\frac{1}{7}$
 г) $1\frac{1}{6} : 1\frac{1}{5}$
 д) $1\frac{1}{10} : 1\frac{1}{9}$
- 446) а) $\frac{4}{3} : 1\frac{1}{2}$
 б) $1\frac{1}{5} : 1\frac{1}{8}$
 в) $1\frac{1}{7} : 1\frac{1}{9}$
 г) $\frac{3}{5} : 7\frac{7}{8}$
 д) $\frac{7}{15} : 8\frac{8}{13}$
- 447) а) $\frac{2}{3} : 6\frac{6}{7}$
 б) $\frac{4}{5} : 8\frac{8}{9}$
 в) $\frac{5}{7} : 10\frac{10}{13}$
 г) $\frac{8}{9} : 16\frac{16}{23}$
 д) $\frac{12}{13} : 36\frac{36}{37}$
- 448) а) $\frac{3}{4} : 7\frac{7}{16}$
 б) $\frac{3}{5} : 7\frac{7}{15}$
 в) $\frac{5}{8} : 17\frac{17}{24}$
 г) $\frac{7}{9} : 22\frac{22}{27}$
 д) $\frac{8}{11} : 27\frac{27}{44}$
- 449) а) $\frac{6}{7} : 9\frac{9}{12}$
 б) $\frac{8}{8} : 12\frac{12}{13}$
 в) $\frac{9}{22} : 15\frac{15}{29}$
 г) $\frac{12}{29} : 15\frac{15}{23}$
 д) $\frac{15}{26} : 25\frac{25}{27}$
- 450) а) $\frac{4}{9} : 7\frac{7}{15}$
 б) $\frac{9}{22} : 19\frac{19}{33}$
 в) $\frac{6}{21} : 9\frac{9}{14}$
 г) $\frac{9}{32} : 17\frac{17}{48}$
 д) $\frac{41}{27} : 13\frac{13}{18}$
- 451) а) $\frac{12}{25} : 18\frac{18}{35}$
 б) $\frac{16}{33} : 56\frac{56}{77}$
 в) $\frac{27}{35} : 43\frac{43}{49}$
 г) $\frac{38}{51} : 27\frac{27}{34}$
 д) $\frac{42}{65} : 49\frac{49}{91}$
- 452) а) $3\frac{1}{2} : 2\frac{2}{3}$
 б) $5\frac{2}{3} : 5\frac{5}{7}$
 в) $16\frac{17}{16} : 7\frac{7}{9}$
 г) $27\frac{15}{46} : 17\frac{17}{28}$
 д) $105\frac{27}{35} : 11\frac{11}{21}$
- 453) а) $\frac{3}{5} : 3\frac{3}{5}$
 б) $\frac{7}{9} : 8\frac{8}{5}$
 в) $\frac{12}{15} : 9\frac{9}{4}$
 г) $\frac{17}{21} : 12\frac{12}{57}$
 д) $\frac{21}{25} : 9\frac{9}{8}$
- 454) а) $\frac{9}{14} : 5\frac{5}{6}$
 б) $\frac{12}{25} : 2\frac{14}{15}$
 в) $\frac{15}{32} : 7\frac{7}{10}$
 г) $\frac{19}{49} : 7\frac{34}{35}$
 д) $\frac{24}{35} : 14\frac{9}{11}$
- 455) а) $3\frac{5}{7} : 4\frac{3}{35}$
 б) $7\frac{5}{9} : 11\frac{10}{21}$
 в) $8\frac{7}{10} : 15\frac{5}{12}$
 г) $18\frac{16}{25} : 4\frac{19}{65}$
 д) $22\frac{25}{36} : 15\frac{7}{54}$
- 456) а) $54\frac{34}{45} : 13\frac{27}{75}$
 б) $37\frac{53}{55} : 49\frac{9}{15}$
 в) $87\frac{57}{74} : 40\frac{35}{96}$
 г) $30\frac{65}{72} : 82\frac{34}{63}$
 д) $127\frac{17}{54} : 100\frac{25}{81}$

З а д а ч и.

457) Десять верст составляют $\frac{3}{8}$ разстоянія между двумя городами. Какую часть этого разстоянія составляет 1 верста?

458) Дюжина чайных ложек вѣсит $1\frac{3}{10}$ фунта. Сколько вѣсит каждая ложка?

459) $\frac{4}{5}$ пуда хлѣба раздѣлили поровну между 10 солдатами. Сколько хлѣба получилъ каждый солдатъ?

460) Мастеръ сдѣлалъ изъ $\frac{6}{4}$ фунта серебра 10 ложекъ равнаго вѣса. Сколько вѣситъ каждая ложка?

461) У извозчика вышло $17\frac{1}{4}$ четверика овса поровну въ 6 дней. Сколько овса выходило ежедневно?

462) Столяръ распилилъ доску длиною въ $\frac{1}{2}$ сажени на 3 равныя части. Какой длины вышла каждая часть?

463) Между 9-ю бѣдными раздѣлены поровну $10\frac{11}{16}$ четверика муки. Сколько получилъ каждый?

464) Нѣкто во время пятинедѣльнаго путешествія издержалъ $180\frac{1}{4}$ рубля. Сколько онъ издерживалъ среднимъ числомъ въ день?

465) Въ лампѣ сгораетъ въ 7 часовъ $\frac{5}{8}$ фунт. керосину. Сколько керосину сгораетъ въ часъ?

466) 12 работниковъ за 4 дня работы получили $67\frac{2}{5}$ руб. Сколько денегъ заработалъ каждый работникъ въ одинъ день?

467) У портнаго было 2 куска сукна: одинъ въ $12\frac{3}{8}$ арш., другой въ $15\frac{3}{4}$ арш.; все сукно онъ употребилъ поровну на 10 сюртукѣвъ. Сколько сукна пошло на каждый сюртукъ?

468) За $3\frac{1}{2}$ аршина сукна заплачено $15\frac{3}{4}$ рубля. Сколько стоитъ каждый аршинъ этого сукна?

469) Два фунта муки стоятъ $10\frac{1}{2}$ коп. Сколько стоятъ 7 фунтовъ?

470) Работникъ въ 3 часа сдѣлалъ $\frac{5}{17}$ работы; во сколько времени выполнить онъ всю работу?

471) Во сколько времени можно проѣхать 255 верстъ, проѣзжая въ часъ по $9\frac{3}{4}$ верс.

472) Сколько вышло простынь изъ 45 аршинъ полотна, если на каждую простыню пошло по $3\frac{3}{4}$ аршина?

473) Если четверть ржи стоитъ $\frac{7}{10}$ руб., то сколько ржи можно купить на $96\frac{3}{4}$ рубля?

474) Одинъ фунтъ товару стоитъ $24\frac{1}{2}$ коп. Сколько можно купить товару на 9 руб. $67\frac{3}{4}$ коп.

475) Нѣкто купилъ кусокъ матеріи за $17\frac{1}{2}$ руб., аршинъ матеріи стоитъ $\frac{4}{5}$ руб. Сколько аршинъ было въ кускѣ?

476) Нѣкто рассчиталъ, что онъ издержалъ 261 руб. въ теченіе нѣкотораго времени, расходуя ежедневно по $1\frac{5}{24}$ рубля. Во сколько дней онъ издержалъ 261 руб.?

477) Нѣкто желаетъ пройти пѣшкомъ 35 верстъ и въ каждый часъ по $3\frac{3}{4}$ версты. Сколько времени потребуется для этого?

478) Кунецъ былъ долженъ 76 руб. и хочетъ уплатить этотъ долгъ чаемъ, который стоитъ по $2\frac{1}{4}$ руб. за фунтъ. Сколько онъ долженъ дать фунтовъ чаю?

479) Для продовольствія 150 человѣкъ въ продолженіе 75 дней отпущено $80\frac{5}{8}$ четверти ржи; четверть вѣситъ $9\frac{3}{16}$ пуда. Сколько приходится въ день на каждаго?

480) За $\frac{1}{5}$ арш. лентъ заплачено $1\frac{1}{2}$ коп. Во сколько коп. обходятся 2 арш.?

481) Изъ куска серебра въ $61\frac{1}{2}$ зол. сколько можно сдѣлать ложекъ въ $5\frac{1}{8}$ зол. каждая?

482) Одинъ купецъ далъ другому купцу $10\frac{1}{2}$ фунтовъ чаю, цѣною по $3\frac{3}{4}$ руб. за фунтъ, и получилъ въ обмѣнъ нѣсколько арш. сукна, цѣною по $3\frac{1}{4}$ руб. за арш., и $6\frac{7}{8}$ руб. деньгами. Сколько аршинъ сукна получилъ онъ?

483) Нѣкто проѣхалъ $\frac{7}{16}$ разстоянія между двумя городами и ему осталось проѣхать еще 477 верст. Какъ велико разстояніе между этими городами?

484) Три крестьянина вспахали поле. Первый изъ нихъ вспахалъ $\frac{5}{16}$ поля, второй $\frac{7}{20}$ его и третій $7\frac{1}{5}$ десятины. Сколько десятинъ было во всемъ полѣ?

485) На покупку дома нѣкто издержалъ $\frac{3}{8}$ своихъ наличныхъ денегъ, а на покупку мебели для этого дома $\frac{2}{9}$. Мебель оказалась дешевле дома на 5192 руб.; сколько она стоила?

486) Въ двухъ бочкахъ 667 бутылки вина. Сколько бутылокъ въ каждой бочкѣ, если первая бочка составляетъ $\frac{7}{16}$ второй?

487) Нѣкто, получивъ къ празднику денежную награду, $\frac{13}{35}$ полученной суммы употребилъ на уплату долговъ и $\frac{9}{40}$ на платье. Сколько денегъ у него осталось, если долговъ онъ уплатилъ 104 руб.?

488) Колесо машины дѣлаетъ 30 оборотовъ въ $\frac{5}{12}$ часа; сколько оборотовъ оно дѣлаетъ въ $9\frac{1}{4}$ часа?

489) Работникъ сдѣлалъ $\frac{5}{12}$ работы въ $\frac{7}{10}$ часа, другой же работникъ въ то же время сдѣлалъ $\frac{4}{15}$ той же работы. Какую часть той же работы сдѣлали бы эти работники въ 1 часъ, работая вмѣстѣ?

490) Домовладѣлецъ, купивъ дровъ на 220 $\frac{1}{2}$ рублѣй, оставилъ себѣ только половину всѣхъ дровъ, $\frac{4}{7}$ другой половины онъ уступилъ своему брату, а оставшіяся $10\frac{1}{2}$ сажень своему сосѣду по той же цѣнѣ, по какой покупалъ. Почѣмъ покупалъ онъ сажень этихъ дровъ?

§ 23.

Раздробленіе и превращеніе дробныхъ именovanýchъ чиселъ.

Положимъ, что требуется 3 пуда $12\frac{3}{20}$ фунта выразить въ лотахъ. Выраженіе именованнаго числа въ меньшихъ единицахъ назы-

вається раздробленієм цього именованнаго числа; слѣдовательно, здѣсь требуется сдѣлать раздробленіе дробнаго именованнаго числа.

Для рѣшенія данной задачи выразимъ сначала 3 пуда въ фунтахъ. Такъ какъ въ 1 пудѣ заключается 40 фунтовъ, то, чтобы найти сколько фунтовъ въ 3 пудахъ, нужно 40 ф. умножить на 3. Умноживъ, получимъ 120 ф. Прибавъ къ этому числу $12\frac{3}{20}$ ф., получимъ, что всего въ данномъ числѣ $132\frac{3}{20}$ ф. Такъ какъ въ 1 фунтѣ 32 лота, то, чтобы узнать, сколько лотовъ въ $132\frac{3}{20}$ ф., нужно 32 л. умножить на $132\frac{3}{20}$. Обративъ $132\frac{3}{20}$ въ неправильную дробь, найдемъ, что

$$\text{нужно } 32 \text{ л.} \times \frac{2643}{20} \text{ Исполняя дѣйствіе, получаемъ: } 32 \text{ л.} \times \frac{2643}{20} \\ = 8 \text{ л.} \times \frac{2643}{5} = \frac{21144}{5} \text{ л.} = 4228\frac{4}{5} \text{ л.}$$

Вычисленія эти записываютъ такъ:

$$\begin{array}{r} 40 \text{ ф.} \\ \times 3 \\ \hline 120 \text{ ф.} \\ + 12\frac{3}{20} \end{array}$$

$$132\frac{3}{20} \text{ ф.} = 32 \text{ л.} \times 132\frac{3}{20} = 32 \text{ л.} \times \frac{2643}{20} = 8 \text{ л.} \times \frac{2643}{5} \\ = \frac{21144}{5} \text{ л.} = 4228\frac{4}{5} \text{ л.}$$

Но такъ какъ отъ перестановки множителей величина произведенія не измѣняется, и такъ какъ иногда, при умноженіи смѣшаннаго числа на цѣлое, проще не обращать первое въ дробь, а отдѣльно умножать на цѣлое дробь смѣшаннаго числа и цѣлое число его, то для краткости иногда допускають и слѣдующую неточную запись:

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 40 \\ \hline 120 \\ + 12\frac{3}{20} \\ \hline 132\frac{3}{20} \text{ (фунт.)} \\ \times 32 \\ \hline 268\frac{4}{5} \\ 396 \\ \hline 4228\frac{4}{5} \text{ (лот.)} \end{array}$$

Изъ этого примѣра видимъ, что для раздробленія дробныхъ именованныхъ чиселъ употребляются тѣже ариометическія дѣйствія, какъ и для раздробленія цѣлыхъ именованныхъ чиселъ, и при томъ располагаются дѣйствія въ той же послѣдовательности. Поэтому, въ какихъ либо сообыхъ правилахъ для раздробленія дробныхъ именованныхъ чиселъ надобности нѣтъ.

- 491) Ско́лько коп. а) въ $\frac{13}{100}$ руб., б) въ $\frac{37}{50}$ руб., в) въ $\frac{19}{25}$ руб., г) въ $\frac{7}{20}$ руб., д) въ $\frac{7}{10}$ руб., е) въ $2\frac{1}{5}$ руб., ж) въ $5\frac{13}{20}$ руб.?
- 492) Ско́лько гарн. а) въ $\frac{3}{8}$ чк., б) въ $\frac{3}{4}$ чк., в) въ $\frac{1}{2}$ чк., г) въ $\frac{3}{5}$ чк., д) въ $\frac{18}{23}$ чк., е) въ $\frac{7}{12}$ чк., ж) въ $2\frac{3}{4}$ чк., з) въ $1\frac{7}{9}$ чк.?
- 493) Ско́лько чк. а) въ $\frac{5}{8}$ чт., б) въ $\frac{3}{4}$ чт., в) въ $\frac{1}{8}$ чт., г) въ $\frac{6}{7}$ чт., д) въ $\frac{11}{13}$ чт., е) въ $\frac{5}{12}$ чт., ж) въ $5\frac{7}{12}$ чт., з) въ $2\frac{3}{16}$ чт.?
- 494) Ско́лько чрк. а) въ $\frac{7}{10}$ штф., б) въ $\frac{3}{5}$ штф., в) въ $\frac{3}{4}$ штф., г) въ $\frac{7}{8}$ штф., д) въ $\frac{7}{11}$ штф., е) въ $3\frac{3}{5}$ штф., ж) въ $4\frac{7}{13}$ штф.?
- 495) Ско́лько штф. а) въ $\frac{3}{10}$ ведр., б) въ $\frac{1}{5}$ ведр., в) въ $\frac{7}{9}$ ведр., г) въ $\frac{11}{12}$ ведр., д) въ $\frac{13}{16}$ ведр., е) въ $7\frac{9}{10}$ ведр., ж) въ $8\frac{9}{24}$ ведр.?
- 496) Ско́лько ведр. а) въ $\frac{21}{40}$ боч., б) въ $\frac{11}{20}$ боч., в) въ $\frac{2}{10}$ боч., г) въ $\frac{13}{17}$ боч., д) въ $\frac{15}{49}$ боч., е) въ $4\frac{7}{10}$ боч., ж) въ $31\frac{7}{27}$ боч.?
- 497) Ско́лько мин. а) въ $2\frac{3}{60}$ час., б) въ $\frac{13}{15}$ час., в) въ $\frac{3}{5}$ час., г) въ $\frac{17}{20}$ час., д) въ $\frac{13}{27}$ час., е) въ $2\frac{3}{30}$ час., ж) въ $1\frac{5}{7}$ час.?
- 498) Ско́лько час. а) въ $\frac{5}{24}$ дн., б) въ $\frac{11}{12}$ дн., в) въ $\frac{5}{6}$ дн., г) въ $\frac{7}{9}$ дн., д) въ $\frac{19}{35}$ дн., е) въ $2\frac{7}{12}$ дн., ж) въ $5\frac{13}{29}$ дн.?
- 499) Ско́лько долей а) въ $\frac{73}{96}$ зол., б) въ $\frac{19}{48}$ зол., в) въ $\frac{17}{20}$ зол., г) въ $\frac{5}{7}$ зол., д) въ $\frac{3}{11}$ зол., е) въ $3\frac{4}{7}$ зол., ж) въ $21\frac{7}{21}$ зол.?
- 500) Ско́лько фнт. а) въ $\frac{13}{40}$ пуд., б) въ $\frac{17}{20}$ пуд., в) въ $\frac{7}{8}$ пуд., г) въ $\frac{19}{25}$ пуд., д) въ $\frac{13}{20}$ пуд., е) въ $1\frac{5}{8}$ пуд., ж) въ $27\frac{9}{90}$ пуд.?
- 501) Ско́лько вершк. а) въ $\frac{7}{16}$ арш., б) въ $\frac{5}{8}$ арш., в) въ $\frac{3}{4}$ арш., г) въ $\frac{5}{7}$ арш., д) въ $\frac{9}{13}$ арш., е) въ $7\frac{5}{8}$ арш., ж) въ $5\frac{7}{15}$ арш.?
- 502) Ско́лько саж. а) въ $44\frac{1}{5000}$ верст., б) въ $11\frac{7}{125}$ верст., в) въ $11\frac{1}{125}$ верст., г) въ $\frac{17}{18}$ верст., д) въ $11\frac{3}{157}$ верст., е) въ $115\frac{7}{250}$ верст., ж) въ $21\frac{9}{27}$ верст.?
- 503) Ско́лько лист. а) въ $\frac{13}{24}$ дес., б) въ $\frac{7}{12}$ дес., в) въ $\frac{5}{6}$ дес., г) въ $\frac{13}{17}$ дес., д) въ $4\frac{7}{61}$ дес., е) въ $4\frac{7}{8}$ дес., ж) въ $6\frac{8}{11}$ дес.?
- 504) Ско́лько чрк. а) въ $\frac{3}{4}$ ведр., б) въ $\frac{7}{9}$ ведр., в) въ $3\frac{8}{17}$ ведр.?
- 505) Ско́лько штф. а) въ $\frac{7}{9}$ боч., б) въ $\frac{14}{15}$ боч., в) въ $7\frac{3}{11}$ боч.?
- 506) Ско́лько гарн. а) въ $\frac{5}{8}$ чтв., б) въ $\frac{7}{11}$ чтв., в) въ $3\frac{5}{13}$ чтв.?
- 507) Ско́лько дн. а) въ $\frac{5}{12}$ год., б) въ $\frac{7}{10}$ год., в) въ $2\frac{3}{7}$ год.?
- 508) Ско́лько зол. а) въ $\frac{7}{8}$ пуд., б) въ $\frac{3}{17}$ бер., в) въ $5\frac{7}{18}$ бер.?
- 509) Ско́лько лин. а) въ $\frac{3}{7}$ фут., б) въ $\frac{7}{9}$ саж., в) въ $1\frac{3}{7}$ вер.?
- 510) Ско́лько лист. а) въ $\frac{3}{4}$ стоп., б) въ $\frac{7}{15}$ стоп., в) въ $\frac{9}{18}$ стоп.?
- 511) Ско́лько чк. и гарн. а) въ $\frac{5}{7}$ чт., б) въ $\frac{13}{16}$ чт., в) въ $2\frac{3}{5}$ чт.?
- 512) Ско́лько дюж. и штк. а) въ $\frac{2}{3}$ грс., б) въ $\frac{5}{7}$ грс., в) въ $1\frac{7}{9}$ грс.?
- 513) Ско́лько саж. и фут. а) въ $\frac{3}{7}$ верст., б) въ $\frac{5}{6}$ верст., в) въ $\frac{3}{4}$ мил.?

514) Ско́лько фнт. и зол. а) въ $\frac{7}{10}$ пуд., б) въ $\frac{3}{11}$ пуд., в) въ $\frac{7}{8}$ пуд.?

515) Ско́лько мин. и сек. а) въ $\frac{2}{5}$ час., б) въ $\frac{9}{16}$ час., в) въ $\frac{5}{7}$ дн., г) въ $\frac{8}{13}$ дн., д) въ $\frac{7}{9}$ год., е) въ $\frac{13}{17}$ год.?

516) Ско́лько коп. а) въ 3 руб. $73\frac{1}{2}$ коп., б) въ 13 руб. $15\frac{3}{4}$ коп.?

517) Ско́лько дол. а) въ 5 фнт. 72 зл. $8\frac{3}{8}$ дл., б) въ 2 пуд. 44 зол. $17\frac{15}{16}$ дол., в) въ 3 пуд. $73\frac{2}{5}$ дол., г) въ 1 бер. 77 зол. $37\frac{1}{2}$ дол.?

518) Ско́лько сек. а) въ 5 мин. $47\frac{2}{4}$ сек., б) въ 13 дн. 5 час. $17\frac{3}{5}$ сек., в) въ 3 мѣс. 15 дн. 79 мин. $19\frac{5}{7}$ сек.?

519) Ско́лько грн. а) въ 5 чт. $7\frac{3}{8}$ чк., б) въ 3 чт. $4\frac{3}{11}$ чк., в) въ 13 чт. $57\frac{1}{12}$ чк.?

520) Ско́лько фнт. а) въ 3 бер. $5\frac{2}{10}$ пуд., б) въ 9 бер. $8\frac{11}{13}$ пуд.?

521) Ско́лько зол. а) въ 3 пуд. $5\frac{1}{2}$ фнт., б) въ 4 бер. $3\frac{3}{12}$ фнт.?

522) Ско́лько мин. а) въ 5 дн. 709 час., б) въ 1 мѣс. $18\frac{3}{4}$ час.?

523) Ско́лько верник. а) въ 1 верст. 5 саж. $3\frac{7}{8}$ арш.?

524) Ско́лько дюйм. а) въ 5 саж. $7\frac{3}{5}$ фут., б) въ 5 верст. $13\frac{13}{17}$ саж.?

525) Ско́лько лист. а) въ $\frac{11}{16}$ стоп., б) въ $12\frac{3}{4}$ стоп., в) въ 5 стоп. $17\frac{13}{27}$ дес.?

Поло́жимъ тепѣрь, что трѣбуется $15\frac{2}{5}$ лота выразить въ пудахъ.

Выраженіе даннаго именованнаго числа въ единицахъ большихъ называется превращеніемъ. Слѣдовательно въ предложенной задачѣ трѣбуется сдѣлать превращеніе именованнаго числа. До ознакомленія съ числами дробными превращеніе именованныхъ чиселъ мы дѣлали только въ томъ случаѣ, когда данное число заключало въ себѣ единицъ болѣе, чѣмъ ихъ заключается въ 1 именованной единицѣ, болѣе крупной, чѣмъ тѣ, изъ которыхъ составлено данное число. Но послѣ ознакомленія съ числами дробными, мы можемъ дѣлать превращеніе и въ томъ случаѣ, кода данное именованное число содержитъ въ себѣ единицъ мѣнѣе, чѣмъ единичное отношеніе между единицами: той, изъ которыхъ составлено данное число и слѣдующей за ней большей.

Для рѣшенія задачи выразимъ сначала $15\frac{2}{5}$ л. въ фунтахъ. Такъ какъ въ одномъ фунтѣ 32 л., то, чтобы узнать какую часть фунта составляютъ $15\frac{2}{5}$ лота, раздѣлимъ $15\frac{2}{5}$ л. на 32 л. Дѣля, получимъ $15\frac{2}{5}$ л. : 32 л. = $\frac{77}{5}$ л. : 32 л. = $\frac{77}{160}$. Изъ этого заключаемъ, что $15\frac{2}{5}$ л. составляютъ $\frac{77}{160}$ фунта. Тепѣрь выразимъ $\frac{77}{160}$ фунта въ пудахъ, иначе сказать, узнаемъ, какую часть пуда составляютъ $\frac{77}{160}$ ф. Такъ какъ въ 1 пудѣ заключается 40 ф., то для рѣшенія

сказаннаго вопроса нужно $\frac{77}{160}$ фунта раздѣлить на 40 ф. Дѣля, получимъ: $\frac{77}{160}$ ф. : 40 ф. = $\frac{77}{6400}$. Изъ этого заключаемъ, что $\frac{77}{160}$ ф. составляютъ $\frac{77}{6400}$ пуда. Все вычисленіе располагается такъ :

$$15\frac{2}{3} \text{ л. : } 32 \text{ л.} = \frac{77}{5} \text{ л. : } 32 \text{ л.} = \frac{77}{160}.$$

$$\frac{77}{160} \text{ ф. : } 40 \text{ ф.} = \frac{77}{6400}; 15\frac{2}{3} \text{ л.} = \frac{77}{6400} \text{ пуда.}$$

Изъ этого примѣра видимъ, что для превращенія дробныхъ именованныхъ чиселъ, такъ же, какъ и для превращенія цѣлыхъ, пользуются дѣйствіемъ дѣленія, причѣмъ дѣлителями берутся также числа равныя по числу единицъ единичнымъ отношеніямъ. Но дѣлая превращеніе цѣлыхъ чиселъ и не пользуясь дробями, мы послѣ превращенія вмѣсто простыхъ именованныхъ чиселъ часто получали составныя именованныя числа. Теперь же результатъ превращенія мы всегда можемъ получить въ видѣ простаго именованнаго числа. Пользуясь дробями, мы можемъ и составныя именованныя числа выражать простыми именованными числами.

Положимъ, на примѣръ, требуется 12 фунт. 15 лот. $2\frac{3}{4}$ зол. выразить въ фунтахъ.

Чтобы рѣшить предложенную задачу, выразимъ сначала $2\frac{3}{4}$ зол. въ лотахъ. Такъ какъ въ 1 лотѣ заключается 3 золотника, то чтобы узнать, сколько и какихъ долей $2\frac{3}{4}$ зол. составляютъ отъ одного лота, нужно $2\frac{3}{4}$ зол. раздѣлить на 3 зол. Дѣля, получимъ: $2\frac{3}{4}$ зол. : 3 зол. = $\frac{11}{4}$ зол. : 3 зол. = $\frac{11}{12}$. Изъ этого заключаемъ, что $2\frac{3}{4}$ зол. составляютъ $\frac{11}{12}$ лота. Присоединяя ихъ къ имѣющимся въ данномъ числѣ лотамъ, получимъ $15\frac{11}{12}$ л. Опредѣлимъ теперь какую часть фунта составляютъ $15\frac{11}{12}$ л. Такъ какъ въ 1 фунтѣ заключается 32 лота, то чтобы узнать какую часть фунта составляютъ $15\frac{11}{12}$ л., нужно $15\frac{11}{12}$ л. раздѣлить на 32 л. Дѣля, получаемъ: $15\frac{11}{12}$ л. : 32 л. = $\frac{191}{12 \cdot 32}$ л. : 32 л. = $\frac{191}{12 \cdot 32}$. Изъ этого заключаемъ, что $15\frac{11}{12}$ л. составляютъ $\frac{191}{394}$ ф. Присоединяя ихъ къ имѣющимся въ данномъ числѣ цѣлымъ фунтамъ, получаемъ $12\frac{191}{394}$ фунта.

Все вычисленіе располагается такъ :

$$2\frac{3}{4} \text{ зол. : } 3 \text{ зол.} = \frac{11}{4} \text{ зол. : } 3 \text{ зол.} = \frac{11}{12}; \frac{11}{12} \text{ л.} + 15 \text{ л.} = 15\frac{11}{12} \text{ л.}$$

$$15\frac{11}{12} \text{ л. : } 32 \text{ л.} = \frac{191}{12 \cdot 32} \text{ л. : } 32 \text{ л.} = \frac{191}{12 \cdot 32} = \frac{191}{394};$$

$$\frac{191}{394} \text{ ф.} + 12 \text{ ф.} = 12\frac{191}{394} \text{ ф. слѣдовательно } 12 \text{ ф. } 15 \text{ л. } 2\frac{3}{4} \text{ зол.} = 12\frac{191}{394} \text{ фунта.}$$

Примѣры:

526) Выразить въ рубляхъ: а) 175 коп., б) 745 коп., в) 325 коп., г) 369 коп., д) $\frac{3}{4}$ коп., е) $\frac{5}{8}$ коп., ж) $13\frac{3}{5}$ коп., з) $73\frac{3}{10}$ коп.

527) Выразить въ ведрахъ: а) 7 штф., б) 9 штф., в) 17 штф., г) $\frac{2}{3}$ штф., д) $\frac{5}{8}$ штф., е) $3\frac{6}{7}$ штф., ж) $8\frac{2}{23}$ штф.

528) Выразить въ штофахъ: а) 3 чрк., б) 7 чрк., в) 19 чрк., г) $\frac{3}{5}$ чрк., д) $\frac{13}{15}$ чрк., е) $5\frac{11}{14}$ чрк., ж) $9\frac{16}{25}$ чрк.

- 529) Выразить въ четвертяхъ: а) 3 чк., б) 5 чк., в) 7 чк., г) 13 чк., д) $\frac{5}{6}$ чк., е) $\frac{15}{17}$ чк., ж) $\frac{7^9}{10}$ чк., з) $\frac{11}{18}$ чк.
- 530) Выразить въ четверикахъ: а) 2 грн., б) 3 грн., в) 5 грн., г) 14 грн., д) $\frac{7}{8}$ грн., е) $\frac{7}{20}$ грн., ж) $3\frac{17}{18}$ грн., з) $\frac{16}{17}$ грн.
- 531) Выразить въ грассахъ: а) 11 дж., б) 7 дж., в) 17 дж., г) $\frac{5}{9}$ дж., д) $\frac{13}{16}$ дж., е) $4\frac{5}{7}$ дж., ж) $7\frac{3}{10}$ дж.
- 532) Выразить въ годахъ: а) 5 мѣс., б) 11 мѣс., в) 19 мѣс., г) $\frac{5}{8}$ мѣс., д) $\frac{7}{16}$ мѣс., е) $7\frac{5}{6}$ мѣс., ж) $14\frac{11}{12}$ мѣс.
- 533) Выразить въ фунтахъ: а) 83 зол., б) 91 зол., в) 113 зол., г) $72\frac{8}{16}$ зол., д) $\frac{19}{25}$ зол., е) $52\frac{5}{27}$ зол., ж) $128\frac{13}{15}$ зол.
- 534) Выразить въ саженьяхъ: а) 6 фут., б) 3 фут., в) 12 фут., г) $\frac{5}{7}$ фут., д) $\frac{8}{9}$ фут., е) 3 фут., ж) $23\frac{4}{5}$ фут.
- 535) Выразить въ стопахъ: а) 11 дес., б) 9 дес., в) 47 дес., г) $\frac{13}{16}$ дес., д) $\frac{3}{5}$ дес., е) $18\frac{7}{10}$ дес., ж) $47\frac{3}{4}$ дес.
- 536) Выразить въ фунтахъ: а) 2783 дол., б) $344\frac{19}{25}$ дол., в) $1375\frac{13}{20}$ дол.
- 537) Выразить въ верстахъ: а) 125000 фут., б) $113\frac{13}{19}$ фут., в) $3783\frac{5}{7}$ фут.
- 538) Выразить въ саженьяхъ: а) 713 вершк., б) $37\frac{9}{11}$ вершк., в) $101\frac{7}{16}$ вершк.
- 539) Выразить въ грассахъ: а) 963 штк., б) 64 штк.
- 540) Выразить въ четвертяхъ: а) 5 чк., 3 грн., б) 7 чк., $7\frac{7}{8}$ грн.
- 541) Выразить въ дняхъ: а) 15 час. 47 мин., б) 21 час. $57\frac{5}{18}$ мин.
- 542) Выразить въ пудахъ: а) 35 фнт. 73 зл., б) 27 фнт. $18\frac{9}{13}$ зл.
- 543) Выразить въ саженьяхъ: а) 2 арш. $14\frac{1}{2}$ вершк., б) 1 арш. $8\frac{3}{4}$ вершк.
- 544) Выразить въ стопахъ: а) 5 дес. 14 лист., б) 7 дес. $4\frac{3}{7}$ лис.
- 545) Скольکو бер., пуд., фнт., зол. дол. а) въ 5768945 $\frac{3}{12}$ дл., б) въ 746958 $\frac{13}{16}$ дл.?
- 546) Скольکو верст., саж., арш. и верш. а) въ 3968758 вершк., б) въ 639578 $\frac{7}{9}$ вершк.?
- 547) Скольکو грос., дж. и штк. а) въ 13764 $\frac{7}{9}$ штк., б) въ 7648 $\frac{13}{17}$ штк.?
- 548) Скольکو стоп., дес. и лист. а) въ 7648 $\frac{9}{14}$ лист., б) въ 3584 $\frac{15}{17}$ лист.?
- 549) Скольکو руб. и коп. а) въ 13658 $\frac{13}{10}$ коп., б) въ 1786 $\frac{7}{8}$ коп.?
- 550) Скольکو дестей бумаги нѣжно на 36 тетрадей по $4\frac{1}{6}$ листа въ каждой?
- 551) Скольکو муки можетъ смолотъ мельница въ сѣтки, если въ каждый часъ она смелеть по $6\frac{3}{4}$ гярнца?

552) Сколько должно заплатить за 50 фунтовъ 24 лѣта $2\frac{3}{4}$ золотника серебра, если одинъ золотникъ стоитъ 30 копеекъ?

553) Сколько пороху нужно для 5000 патроновъ, если въ каждый патронъ кладется по $2\frac{1}{4}$ золотника пороху?

554) Нѣкто купилъ имѣнiе въ 15 десятинъ 250 кв. саж. по $1\frac{2}{5}$ руб. за кв. арш.; сколько онъ заплатилъ?

555) На мельницѣ можно смолѣть $3\frac{1}{4}$ чт. пшеницы въ часъ. Сколько четвертей пшеницы можно смолѣть въ 1 день 5 часовъ, если мельница будетъ дѣйствовать безпрерывно?

556) Изъ одного фунта муки получается $120\frac{5}{8}$ золотника печенаго хлѣба. Сколько пудовъ и фунтовъ хлѣба можно испечь изъ 77 фунтовъ муки?

557) Сколько потребно пудовъ, фунтовъ, золотниковъ мяса въ 28 дней на 275 человекъ, если въ день полагается на человека $75\frac{5}{8}$ золотниковъ мяса?

558) Портной сдѣлалъ изъ куска сукна 10 жилетовъ и 8 сюртуковъ, на каждый жилетъ онъ употребилъ $10\frac{1}{2}$ вершка сукна, а на каждый сюртукъ въ 6 разъ болѣе, чѣмъ на жилетъ. Сколько аршинъ сукна было въ этомъ кускѣ?

559) Отъ города до деревни $364\frac{7}{50}$ верст. Сколько здѣсь саженьей? арш.? фут.?

560) Сколько четвертей овса потребуется для 1100 лошадей въ 3 недѣли, если на каждую лошадь выдавать по $2\frac{1}{8}$ гарнца овса ежедневно?

561) Сколько времени провелъ во снѣ человекъ, прожившій 31 год. 9 мѣс. 25 дней, если положить, что онъ спалъ въ сутки среднимъ числомъ $8\frac{5}{12}$ часа?

562) Сколько табаку потребно для 445 человекъ въ продолженіе 20 дней, если каждый изъ нихъ выкуриваетъ ежедневно 25 папиросъ, а на 5 папиросъ идетъ $1\frac{1}{16}$ золотника табаку?

563) Экипажъ проѣхалъ разстояніе въ $12300\frac{5}{7}$ футовъ. Сколько верстъ онъ проѣхалъ?

§ 25.

Умноженіе и дѣленіе составныхъ именованныхъ чиселъ, въ составъ коихъ входятъ дроби.

Когда надъ составными именованными числами, въ составъ коихъ входятъ дроби, требуется дѣлать сложеніе или вычитаніе, исполненіе дѣйствій не представляетъ никакихъ особенностей, такъ какъ сложеніе и вычитаніе составныхъ именованныхъ чиселъ, какъ было ранѣе показано, приводится къ сложенію и вычитанію простыхъ именованныхъ чиселъ, а потому и сложеніе и вычитаніе входящихъ

въ нихъ дробей исполняется по указаннымъ общимъ правиламъ. Но дѣйствія умноженія и дѣленія составныхъ именованныхъ чиселъ дробныхъ представляютъ уже нѣкоторую сложность. Поэтому ихъ разсмотримъ на отдѣльныхъ примѣрахъ.

Примѣръ I-ый. Умноженіе составнаго именованнаго числа, заключающаго дробь, на цѣлое число

$$(3 \text{ п. } 22 \text{ ф. } 3^{5/8} \text{ л.}) \times 5.$$

Умноженіе здѣсь можно произвести такъ, какъ умножаются составныя именованныя числа, черезъ умноженіе отдѣльно каждаго простаго именованнаго числа, начиная съ числа, составленнаго изъ меньшихъ единицъ, причѣмъ умноженіе дроби дѣлается по правилу умноженія дробей. Тогда дѣйствіе располагается такъ:

$$\begin{array}{r} 3 \text{ п. } 22 \text{ ф. } 3^{5/8} \text{ л.} \\ \times 5 \\ \hline 15 \text{ п. } 110 \text{ ф. } 15^{25/8} \text{ л.} \\ 17 \text{ п. } 30 \text{ ф. } 18^{1/8} \text{ л.} \end{array}$$

Но можно тоже умноженіе исполнить и иначе, сведя его на умноженіе одного смѣшаннаго числа чрезъ раздробленіе множимаго въ лоты или превращеніе въ пуды. Такъ какъ $3 \text{ п. } 22 \text{ ф. } 3^{5/8} \text{ л.} = 4483^{5/8} \text{ л.} = 3^{5661/22240} \text{ п.}$, то

$$(3 \text{ п. } 22 \text{ ф. } 3^{5/8} \text{ л.}) \cdot 5 = 4483^{5/8} \text{ л.} \times 5 = 3^{5661/22240} \text{ п.} \times 5.$$

Но очевидно первый способъ проще.

Примѣръ II-ой. Дѣленіе составнаго именованнаго числа, заключающаго дробь, на цѣлое число.

$$(8 \text{ п. } 15 \text{ ф. } 7^{5/7} \text{ л.}) : 3.$$

Производя опять дѣленіе по частямъ, т. е. каждое простое именованное число отдѣльно, получимъ слѣдующее.

$$\begin{array}{r|l} 8 \text{ п. } 15 \text{ ф. } 7^{5/7} \text{ л.} & 3 \\ \hline 6 \text{ п.} & 2 \text{ п. } 31 \text{ ф. } 23^{19/21} \text{ л.} \\ \hline 2 \text{ п.} = 40 \text{ ф.} & 2 \text{ ф.} = 32 \text{ л.} \\ \times 2 & 2 \\ \hline 80 \text{ ф.} & 64 \text{ л.} \\ 15 \text{ п.} & 7^{5/7} \text{ п.} \\ \hline 95 \text{ ф.} & 71^{5/7} \text{ л.} \\ 9 \text{ п.} & 6 \\ \hline 5 \text{ ф.} & 11 \\ 3 \text{ п.} & 9 \\ \hline 2 \text{ ф.} & 2^{5/7} \text{ л.} = 19/7 \text{ л.} \end{array}$$

Тоже дѣйствіе можно исполнить, приведя его къ дѣленію смѣшаннаго числа, чрезъ раздробленіе дѣлимаго въ лоты или превращеніе въ пуды.

Примѣръ III-ий. Умноженіе составнаго именованнаго числа, заключающаго въ себѣ дробь, на дробь.

$$(8 \text{ п. } 13 \text{ ф. } 4\frac{3}{4} \text{ л.}) \times \frac{3}{5}.$$

Такъ какъ, при умноженіи числа на дробь, его умножаютъ на числителя множителя и дѣлятъ полученное произведеніе на знаменателя множителя, то исполненіе указаннаго здѣсь дѣйствія приводится къ умноженію и дѣленію составнаго именованнаго числа на цѣлое число, что мы имѣли въ предыдущихъ двухъ примѣрахъ. Дѣйствіе располагаютъ такъ:

$$\begin{array}{r} 8 \text{ п. } 13 \text{ ф. } 4\frac{3}{4} \text{ л.} \\ \times 3 \\ \hline 24 \text{ п. } 39 \text{ ф. } 14\frac{1}{4} \text{ л.} \\ 20 \text{ " } \\ \hline 4 \text{ п. } = 160 \text{ ф.} \\ \quad 39 \text{ " } \\ \hline \quad 199 \text{ ф.} \\ \quad 195 \text{ " } \\ \hline \quad 4 \text{ ф. } = 128 \text{ л.} \\ \quad \quad 14\frac{1}{4} \text{ " } \\ \hline \quad \quad 142\frac{1}{4} \text{ л.} \\ \quad \quad 140 \text{ " } \\ \hline \quad \quad 2\frac{1}{4} \text{ л.} = \frac{9}{4} \text{ л.} \\ \quad \quad \quad \frac{9}{4} \text{ " } \\ \hline \quad \quad \quad \text{"} \end{array}$$

Легко понять, что умноженіе составнаго именованнаго числа на дробь, какъ и въ примѣрѣ I на цѣлое, можетъ быть также замѣнено умноженіемъ на ту же дробь смѣшаннаго числа чрезъ раздробленіе или превращеніе множимаго.

Примѣръ IV-ый. Дѣленіе составнаго именованнаго числа, заключающаго въ себѣ дробь, на дробь.

$$(7 \text{ п. } 9 \text{ ф. } 11\frac{3}{4} \text{ л.}) : \frac{4}{5}.$$

Такъ какъ для того, чтобы раздѣлить число на дробь, нужно его умножить на знаменателя этой дроби и полученное произведеніе раздѣлить на числителя, то дѣленіе составнаго именованнаго числа опять приводится къ умноженію и дѣленію составнаго именованнаго числа на цѣлое. Дѣйствіе располагается, подобно предыдущему, слѣдующимъ образомъ:

7 п. 9 ф. $11\frac{3}{4}$ л.

5

36 п. 6 ф. $26\frac{3}{4}$

4

86

9 п. 1 ф. $22\frac{11}{16}$ л.

" 6 ф.

4

2 ф. = 64 л.

$26\frac{3}{4}$ л.

$90\frac{3}{4}$ л.

88

$2\frac{3}{4}$ л. = $11\frac{1}{4}$ л.

$11\frac{1}{4}$ л.

"

Очевидно, что, чрезъ раздробленіе дѣлімага въ лоты или пре-
крашеніе въ пуды, дѣленіе составнаго именованнаго числа можетъ
быть замѣнено дѣленіемъ смѣняннаго числа на дробь.

Примѣръ V-ый. Дѣленіе составнаго именованнаго числа, заключа-
ющаго въ себѣ дробь, на такое же число.

(3 п. 11 ф. $7\frac{2}{5}$ л.): (2 п. $12\frac{3}{4}$ ф.)

Такъ какъ дѣлимое и дѣлитель, если они оба числа именованныя,
должны имѣть одно наименованіе, то для того, чтобы исполнить
дѣленіе въ данномъ случаѣ, нужно раздробленіемъ или превращеніемъ
дѣлимое и дѣлитель выразить въ однихъ единицахъ. Тогда дѣленіе
въ этомъ случаѣ приведется къ дѣленію обыкновенныхъ дробныхъ
чиселъ. Превративъ дѣлимое и дѣлитель въ пуды, получимъ:

3 п. 11 ф. $7\frac{2}{5}$ л. = $\frac{20997}{6400}$ п.; 2 п. $12\frac{3}{4}$ ф. = $\frac{411}{160}$ п.
поэтому

(3 п. 11 ф. $7\frac{2}{5}$ л.): (2 п. $12\frac{3}{4}$ ф.) = $\frac{20997}{6400}$ п. : $\frac{411}{160}$ п.

= $\frac{6999}{40}$ п. : $\frac{137}{1}$ п. = $\frac{6999}{137 \cdot 40}$ = $\frac{6999}{5480}$ = $1\frac{1519}{5480}$.

П р и м ѣ р ы.

564) а) 7 пуд. 37 фнт. $76\frac{7}{10}$ зол. $\times 15$

б) 9 стп. 5 дес. $17\frac{3}{16}$ лист. $\times 24$

в) 4 год. 13 дн. $51\frac{17}{60}$ час. $\times 20$

г) 9 мѣс. 24 дн. $17\frac{9}{20}$ час. $\times 35$

д) 14 саж. $10\frac{7}{10}$ дюйм. $\times 28$

565) а) 13 руб. 75 коп. $\times \frac{1}{8}$

б) 15 верст. 45 саж. 2 арш. 15 верш. $\times \frac{1}{7}$

в) 4 чт. — чк. 6 грн. $\times \frac{1}{8}$

г) 9 бочк. — ведр. — штф. 5 чрк. $\times \frac{1}{12}$

- 566) а) 15 лѣт. — мѣс. — дн. 2 час. 35 мин. $\times \frac{1}{25}$
 б) 5 пуд. — фнт. — зол. 48 дол. $\times \frac{1}{18}$
 в) 3 бер. 5 пуд. — фнт. 38 зол. 45 дол. $\times \frac{1}{12}$
 г) 15 стп. 17 дес. 15 лист. $\times \frac{1}{14}$

- 567) а) 7 руб. $35\frac{7}{8}$ коп. $\times \frac{1}{4}$
 б) 3 саж. 2 арш. $14\frac{1}{4}$ вершк. $\times \frac{1}{3}$
 в) 7 чт. — чк. — $\frac{3}{4}$ гарн. $\times \frac{1}{5}$
 г) 5 ведр. 8 штф. $3\frac{3}{5}$ чрк. $\times \frac{1}{2}$

- 568) а) 7 бер. 5 пуд. — фнт. $15\frac{3}{7}$ зол. $\times \frac{1}{6}$
 б) 34 фнт. 90 зол. $27\frac{11}{15}$ дол. $\times \frac{1}{10}$
 в) 5 дн. 14 час. — мин. $53\frac{2}{3}$ сек. $\times \frac{1}{12}$
 г) 27 стп. — дест. — $\frac{5}{16}$ лист. $\times \frac{1}{24}$

- 569) а) 145 руб. $38\frac{3}{4}$ коп. $\times \frac{5}{6}$
 б) 12 верст. 444 саж. $2\frac{3}{7}$ арш. $\times \frac{4}{9}$
 в) 135 саж. — арш. $12\frac{3}{4}$ вершк. $\times \frac{12}{19}$
 г) 15 чт. — чк. — $\frac{3}{8}$ грн. $\times \frac{11}{23}$
 д) 14 бочк. 5 ведр. — штф. — $\frac{4}{8}$ чрк. $\times \frac{8}{16}$

- 570) а) 13 бер. — пуд. 19 фнт. $87\frac{3}{8}$ зол. $\times \frac{3}{4}$
 б) 5 пуд. — фнт. — зол. — $\frac{2}{3}$ дол. $\times \frac{2}{15}$
 в) 17 стп. 8 дес. — $\frac{3}{8}$ лист. $\times \frac{3}{8}$
 г) 45 лѣт. 8 мѣс. — дн. 8 час. $\frac{5}{2}$ мин. $\times \frac{18}{25}$
 д) 11 мѣс. — час. — мин. $\frac{3}{10}$ сек. $\times \frac{5}{8}$

- 571) а) 17 руб. $35\frac{1}{2}$ коп. $\times \frac{3}{5}$
 б) 45 руб. $93\frac{3}{4}$ коп. $\times \frac{7}{8}$
 в) 18 бер. 7 пуд. 38 фнт. $87\frac{4}{8}$ зол. $\times \frac{3}{7}$
 г) 9 пуд. 27 фнт. — зол. $85\frac{7}{21}$ $\times \frac{9}{8}$
 д) 5 верс. 85 саж. — арш. $9\frac{7}{16}$ вершк. $\times \frac{8}{11}$

- 572) а) 15 вере. — саж. 5 фут. $\frac{3}{4}$ дюйм. $\times \frac{7}{6}$
 б) 75 чт. — чк. $\frac{5}{8}$ грн. $\times \frac{17}{5}$
 в) 45 лѣт. — мѣс. 17 дн. — час. $\frac{8}{15}$ мин. $\times \frac{1}{9}$
 г) 153 мѣс. — дн. 1 ч. 15 мин. 13 сек. $\times \frac{4}{8}$
 д) 87 стп. — дес. $9\frac{5}{24}$ лист. $\times \frac{9}{7}$

Выразить результаты дѣйствій надъ слѣдующими числами въ составныхъ именованныхъ числахъ:

- 573) а) $5\frac{4}{5}$ руб. $\times \frac{3}{4}$
 б) $5\frac{7}{9}$ верс. $\times \frac{5}{8}$
 в) $457\frac{3}{11}$ саж. $\times \frac{15}{8}$
 г) $15\frac{6}{8}$ чт. $\times \frac{3^{12}}{17}$

- 574) а) $7\frac{5}{16}$ чк. $\times \frac{9}{5}$
 б) $3\frac{15}{23}$ бочк. $\times \frac{9}{5}$
 в) $4\frac{7}{9}$ чк. $\times \frac{5}{10}$
 г) $11\frac{2}{5}$ мѣс. $\times \frac{4^{11}}{12}$

- 575) а) 5 верс. $447\frac{5}{8}$ саж. $\times 2\frac{1}{2}$
 б) 18 саж. $2\frac{3}{8}$ арш. $\times 5\frac{7}{9}$
 в) 9 чт. $5\frac{7}{9}$ чк. $\times 4\frac{5}{12}$
 г) 3 бочк. $6\frac{7}{10}$ ведр. $\times 9\frac{7}{10}$
- 576) а) 5 лѣт. $7\frac{17}{30}$ мѣс. $\times 10\frac{15}{24}$
 б) 7 берк. $8\frac{17}{20}$ пуд. $\times 3\frac{7}{24}$
 в) 15 фнт. $80\frac{7}{24}$ зол. $\times 15\frac{2}{3}$
 г) 7 фнт. $5\frac{3}{4}$ ст. $\times 14\frac{2}{3}$

- 577) а) 8 руб. 87 коп. : 4
 б) 8 вед. 5 штф. 5 чрк. : 5
 в) 11 чт. 7 чк. 5 грн. : 6
 г) 24 верст. 367 саж. 2 арш. 5 верш. : 17

- 578) а) 3 бер. 5 пуд. 18 фнт. 87 зол. 15 дол. : 9
 б) 5 лѣт. 11 мѣс. 18 дн. 21 час. 45 мин. : 8
 в) 7 стоп. 18 дес. 21 лист. : 11
 г) 5 грс. 6 дюж. 7 штк. : 13

579) а) 3 руб. 48 коп. : $\frac{1}{8}$, б) 7 чт. 5 чк. 5 грн. : $\frac{1}{6}$, в) 8 вед. 6 штф. 7 чрк. : $\frac{1}{9}$, г) 375 саж. 2 арш. 14 вершк. : $\frac{1}{10}$.

580) а) 7 пуд. 15 фнт. 67 зол. 35 дл. : $\frac{1}{8}$, б) 5 мѣс. 7 дн. 14 час. 17 мин. : $\frac{1}{8}$, в) 9 стп. 18 дес. 15 лист. : $\frac{1}{9}$, г) 5 грс. 8 дж. 4 штк. : $\frac{1}{7}$.

581) а) 23 руб. 85 коп. : $\frac{1}{4}$, б) 17 чт. 5 чк. $5\frac{7}{8}$ грн. : $\frac{1}{6}$, в) 9 бочк. 5 вед. 6 штф. $5\frac{7}{10}$ чрк. : $\frac{1}{9}$, г) 18 верст. 50 саж. — 7 вершк. : $\frac{1}{11}$.

582) а) 17 руб. $25\frac{1}{2}$ коп. : $\frac{3}{4}$, б) 15 боч. 8 вед. 9 штф. $5\frac{3}{4}$ чрк. : $\frac{4}{5}$, в) 37 чт. — чк. $6\frac{5}{7}$ грн. : $\frac{5}{6}$, г) 9 саж. — $7\frac{7}{9}$ вершк. : $\frac{12}{13}$.

583) а) 16 бер. $38\frac{7}{11}$ зол. : $\frac{15}{17}$, б) 5 лѣт. $54\frac{3}{10}$ мин. : $\frac{12}{23}$, в) 13 стп. $18\frac{4}{8}$ лист. : $\frac{21}{26}$, г) 15 грс. $5\frac{5}{7}$ штк. : $\frac{16}{21}$.

584) а) 45 руб. $74\frac{1}{4}$ коп. : $\frac{4}{5}$, б) 43 бочк. 7 вед. 8 штф. $4\frac{2}{5}$ чрк. : $7\frac{5}{7}$, в) 75 чт. $6\frac{6}{7}$ грн. : $\frac{4}{15}$, г) 5 верс. $5\frac{5}{6}$ вершк. : $6\frac{9}{16}$.

585) а) 9 бер. $35\frac{1}{2}$ зол. : $7\frac{5}{9}$, б) 7 лѣт. $15\frac{11}{15}$ час. : $9\frac{3}{5}$, в) 3 мѣс. $55\frac{3}{11}$ сек. : $8\frac{4}{7}$, г) 19 саж. $9\frac{5}{6}$ дм. : $8\frac{4}{5}$.

586) (3 пуд. $27\frac{13}{16}$ ф.) : (7 ф. $12\frac{1}{2}$ л.)

587) (8 чт. $5\frac{3}{8}$ чк.) : (1 чк. $1\frac{1}{4}$ гр.)

588) (30 саж. 2 ар. $5\frac{1}{2}$ в.) : (3 саж. 1 ар. $4\frac{3}{4}$ в.)

589) (3 с. 5 ф. $4\frac{2}{3}$ д.) : (1 с. 5 ф. $2\frac{1}{6}$ д.)

590) (1 с. 13 ч. 55 м. $11\frac{2}{3}$ с.) : (7 ч. 35 м. $2\frac{1}{3}$ с.)

Задачи на все дѣйствія съ дробями.

591) $\frac{7}{9} \times \frac{4}{35}$
 $\frac{9}{15} \times \frac{4}{18} \times \frac{6}{7}$.

$$592) \frac{[8^{5/21} - (3^{8/49} \times 1/7)] \times 1/5}{[10^{7/33} - (4^{8/45} \times 1^{9/165})] : 4^{5/11}}.$$

$$593) \frac{[(10^{1/2} - 2^{6/7}) \times \frac{[5^{3/5} - (7^{3/7} - 6^{3/35})] \times (8^{1/2} \times 4^{2/7})}{[5^{1/3} \times (6^{3/5} - 2^{11/20}) - (8^{2/3} - 3^{2/9}) \times 9^{5/6}] \times 21^{6/7}}]}{}$$

$$594) \frac{3^{1/5} - 2^{7/10}}{5^{7/18} \times 3^{5/12} \times 4^{1/9}} \times 7^{13/14} - \frac{2^{5/14} - 1^{1/35}}{3^{5/22} - 2^{7/55}} : 4^{9/14}.$$

$$3/4 : (3^{3/4} - 5/6)$$

$$595) \frac{[(8^{3/4} \times 6^{6/7}) \times (3^{3/4} : 5^{5/6})] [(5^{9/23} \times 14^{9/186}) - (3^{7/16} : 3^{37/72})]}{[(1^{8/13} \times 7^{3/7}) - (1^{1/3} \times 1^{4/14})] [(6^{2/9} \times 1^{2/7}) - (2^{2/17} : 1^{5/12})]}$$

596) Купецъ купилъ $38\frac{3}{4}$ арш. сукна по $2\frac{3}{20}$ руб. за аршинъ, $18\frac{1}{2}$ арш. по 3 руб. и 45 арш. по $1\frac{6}{10}$ руб., а продалъ все сукно по $3\frac{9}{25}$ руб. за аршинъ. Сколько онъ получилъ прибыли?

597) Въ кускѣ сукна $20\frac{7}{12}$ арш.; отъ него отрѣзано сперва $7\frac{3}{4}$, потомъ $3\frac{1}{2}$, наконецъ $6\frac{1}{3}$ арш.; остатокъ продали за $10\frac{1}{6}$ руб.; почѣмъ продавали аршинъ остатка?

598) Колесо машины дѣлаетъ 20 оборотовъ въ $\frac{3}{15}$ часа; сколько оборотовъ оно сдѣлаетъ въ $5\frac{1}{6}$ часа?

599) Лѣсопромышленникъ купилъ дрова на $1080\frac{5}{8}$ руб. по $4\frac{1}{2}$ руб. за сажень и распродалъ эти дрова по $5\frac{1}{5}$ руб. за сажень. Сколько онъ при этомъ получилъ барыша?

600) Работникъ выполнилъ $\frac{5}{8}$ работы въ 2 часа 15 мин. Во сколько времени онъ окончить остальную часть работы?

601) Послѣ сраженія въ отрядѣ осталось 176 солдатъ въ строю, $\frac{2}{5}$ первоначальнаго числа были взяты въ плѣнъ и $\frac{1}{5}$ убиты. Сколько солдатъ было въ отрядѣ передъ началомъ сраженія?

602) Отъ головы сахара купецъ откололъ одному покупателю кусокъ въ $5\frac{3}{4}$ фунта, другому покупателю кусокъ въ $7\frac{5}{8}$ фунта и наконецъ продалъ остатокъ за 2 рубля $7\frac{1}{2}$ коп., по 15 коп. за фунтъ. Сколько фунтовъ было въ головѣ сахара?

603) Труба наполняетъ бассейнъ въ $7\frac{3}{4}$ час., а другою трубою вода вытекаетъ изъ наполненнаго бассейна въ $6\frac{1}{2}$ час. Во сколько часовъ выпоразнивается полный бассейнъ, если обѣ трубы будутъ открыты?

604) Изъ магазина продали 2 ящика кофе; въ одномъ ящикѣ было $\frac{5}{8}$ пуда кофе, въ другомъ — $\frac{7}{10}$ пуда; пудъ кофе въ первомъ ящикѣ цѣнился въ 28 руб., во второмъ въ 30 руб. Сколько денегъ получили за весь кофе?

605) Путешественникъ, дѣлая каждый часъ по $\frac{3}{5}$ мили, въ 2 дня прошелъ $13\frac{3}{4}$ мили, причѣмъ въ первый день сдѣлалъ $5\frac{1}{4}$ мили. Сколько часовъ былъ онъ въ дорогѣ во второй день?

606) За золотую цѣпочку, вѣсомъ въ $6\frac{5}{8}$ золотника, заплачено 24 рубля 36 копѣекъ. Во сколько цѣнили золотыхъ дѣлъ мастеръ золотникъ золота, если за работу онъ взялъ 1 рубль 85 копѣекъ съ золотника?

607) Разнощикъ продалъ сперва $\frac{2}{5}$ бывшихъ у него апельсиновъ, потомъ $\frac{3}{8}$, и у него осталось 18 штукъ. Сколько у него было?

608) На продовольствіе артели рабочихъ въ 15 человекъ въ продолженіе 4 недѣль было куплено сперва 3 чт. 3 чк. муки, а потомъ на $6\frac{3}{4}$ чк. болѣе. Сколько гарнцевъ муки выходило на одного рабочаго въ недѣлю?

609) Земледѣлецъ собралъ 12 чт. $2\frac{1}{4}$ чк. овса ржи и ячменя; количество собраннаго овса составляетъ $\frac{5}{12}$ собраннаго ячменя. Сколько онъ собралъ ржи, если известно, что овса имъ собрано $4\frac{5}{6}$ чт.?

610) Мѣдникъ изъ куска мѣди, вѣсомъ въ 3 пуд. $4\frac{3}{20}$ фнт., сдѣлалъ 15 кофейниковъ и неизвѣстное число кастрюль, при чемъ на каждый кофейникъ употребилъ по $3\frac{3}{4}$, а на каждую кастрюлю по $9\frac{7}{10}$ фунта мѣди. Сколько кастрюль онъ сдѣлалъ?

611) Два работника должны были вырыть ровъ въ 454 фута длины; они начали рыть съ разныхъ концовъ; первый вырывалъ $4\frac{3}{4}$ фута, а второй $6\frac{3}{5}$ фут. ежедневно. Черезъ сколько дней оба работника окончатъ работу?

612) Двое купили вмѣстѣ 160 четвертей овса; первый взялъ $\frac{3}{4}$ всего количества, но потомъ отдалъ другому $\frac{3}{7}$ своей части. Сколько овса купилъ каждый и сколько должны заплатить за овесъ оба, если 1 четверть овса стоитъ $12\frac{3}{24}$ рубля?

613) На сумму въ 160 рублей портной купилъ сукна, цѣною по $3\frac{1}{2}$ рубля за аршинъ. Изъ $\frac{7}{10}$ этого сукна онъ сшилъ 3 одинаковыхъ пальто. Сколько сукна пошло на каждое пальто?

614) Нѣкто купилъ 15 аршинъ 14 вершковъ каленкору по $\frac{3}{10}$ рубля за арш. и $10\frac{3}{4}$ арш. ситцу по $\frac{4}{25}$ рубля арш. По уплатѣ денегъ за все у него осталось $\frac{3}{4}$ денегъ, которыя у него были до покупки. Сколько рублей у него было первоначально?

615) У пекаря было три мѣшка муки, въ первомъ было $\frac{2}{5}$, во второмъ $\frac{2}{9}$ всего количества муки и въ третьемъ 3 пуд. $12\frac{3}{5}$ ф. Изъ всей муки были потомъ испечены хлѣбы, при чемъ на каждый пошло среднимъ числомъ по $9\frac{3}{4}$ фунта муки. Сколько было испечено хлѣбовъ?

616) Одинъ писецъ можетъ въ $\frac{5}{7}$ часа написать $\frac{7}{8}$ листа, другой въ $\frac{3}{8}$ час. $\frac{5}{16}$ листа. Сколько листовъ могутъ написать оба писца въ 10 дней, занимаясь по 6 часовъ ежедневно?

617) На фабрикѣ работали мужчины и женщины: каждый мужчина получалъ въ день по $1\frac{5}{24}$ руб., а женщина на $\frac{3}{10}$ руб. меньше, чѣмъ мужчина. По прошествіи недѣли имъ всѣмъ было уплачено $4012\frac{1}{6}$ руб. Сколько было женщинъ на фабрику, если мужчинъ было 324?

618) Нѣкто умирая, завѣщалъ женѣ $\frac{1}{3}$ своего капитала, сыну $\frac{1}{4}$, дочери $\frac{2}{5}$, а оставшіеся 7000 руб. бѣднымъ. Сколько досталось женѣ, сыну и дочери?

619) Два путешественника вышли въ одно время другъ другу на встрѣчу изъ двухъ мѣстъ, находящихся въ разстояніи 114 верстъ одно отъ другаго. Первый проходилъ въ минуту $\frac{3}{10}$ версты, а второй $\frac{2}{25}$ версты. Черезъ сколько времени они встрѣтятся?

620) На фабрику приготовили канатъ, длиною въ 350 саж. $1\frac{15}{16}$ арш. и на каждую сажень каната употребили $3\frac{3}{4}$ фнт. пеньки. Сколько денегъ истратили на покупку пеньки для этого каната, если за пудъ пеньки платили $2\frac{14}{25}$ руб.?

621) Изъ 18 пуд. 22 фнт. желѣза сдѣлали 3 котла; на одинъ котелъ употребили $\frac{1}{4}$ всего желѣза, на другой $\frac{3}{8}$, а на третій — все остальное желѣзо. Сколько стоитъ желѣзо, употребленное на третій котелъ, если каждый пудъ этого желѣза цѣнится въ 2 рубля 80 коп.?

622) У золотыхъ дѣлъ мастера былъ кусокъ серебра въ 2 фнт. 17 лот. $1\frac{1}{2}$ зол.; изъ этого серебра онъ сдѣлалъ ложку въ 7 лот. $1\frac{3}{10}$ зол., солонку въ 12 лот. $2\frac{1}{5}$ зол., а все остальное серебро употребилъ на приготовленіе 10 кубиковъ равнаго вѣса. Сколько вѣситъ каждый кубъ?

623) Портниха купила $30\frac{3}{4}$ арш. шелковой матеріи; заплативъ 43 руб. 40 коп., она осталась должна за $12\frac{2}{3}$ аршина. Что стоитъ аршинъ этой матеріи?

624) Нѣкто, получивъ наслѣдство, оставилъ себѣ $\frac{3}{7}$ части сего, а остальную сумму раздѣлилъ поровну между тремя своими сестрами; тогда каждой сестрѣ досталось $601\frac{2}{3}$ рубл. меньше доли брата. Какъ велико было наслѣдство?

625) На печатаніе трехъ сочиненій издѣржано $122\frac{5}{8}$ стопы бумаги. На первое сочиненіе употреблено $42\frac{3}{5}$ стопы, а на второе и третье по равну. Во сколько обошлась бумага, употребленная на второе сочиненіе, если стопа стоитъ $5\frac{4}{5}$ руб.?

626) Желѣзную дорогу устроили въ 5 лѣтъ: въ первый годъ $\frac{1}{4}$ части всей дороги, во второй — $\frac{1}{3}$ части, въ третій — $\frac{2}{5}$, въ четвертый — $\frac{1}{4}$ и въ пятый — остальныя $60\frac{3}{4}$ версты. Какъ велика длина всей дороги?

627) Для прокормленія лошадей купили сѣна и въ первый мѣсяцъ израсходовали $\frac{4}{21}$ части всего купленнаго сѣна, во второй — $\frac{2}{7}$, въ третій — 80 пуд. 25 фнт., въ четвёртый — $\frac{5}{12}$ части и въ пятый — остальные 120 пуд. 15 фнт. Ско́лько сѣна куплено?

628) Купецъ отдалъ 26 $\frac{1}{4}$ фнт. чаю по 1 $\frac{1}{2}$ руб. за фунтъ въ обмѣнъ на сахаръ по 12 $\frac{1}{2}$ коп. фнт. Ско́лько онъ получилъ сахара?

629) Въ бассейнъ проведены три трубы; чрезъ первую онъ можетъ наполниться въ 4 час., чрезъ вторую вся вода можетъ вытечь изъ него въ 9 час., а чрезъ третью въ 12 часъ. Во сколько времени наполнится бассейнъ, если открыть всѣ трубы?

630) Нѣкто, начавъ торговлю съ капиталомъ 15500 руб., увеличилъ его въ первомъ году на $\frac{1}{5}$ первоначальной суммы, а во второмъ на $\frac{3}{10}$ увеличеннаго капитала. Ско́лько у него составилось по прошествіи этихъ двухъ лѣтъ?

631) Крестьянинъ привезъ въ городъ нѣсколько корзинъ съ яйцами, которыя и были имъ проданы въ 3 лавки: въ первой купили $\frac{1}{2}$ всего числа и еще 10 штукъ, во второй $\frac{1}{5}$ всего числа и еще 20 штукъ и въ третьей остальные 75 штукъ. Ско́лько денегъ выручилъ крестьянинъ отъ продажи всѣхъ яицъ, если десятокъ ихъ онъ продавалъ по $\frac{1}{5}$ рубля?

632) Часы въ каждыя 15 минутъ уходятъ впередъ на 1 $\frac{1}{2}$ секунды. На сколько уйдутъ впередъ въ теченіе 10 $\frac{3}{4}$ часовъ?

633) Два мясника купили быка въ 12 пудовъ вѣсомъ и раздѣлили его между собою такъ, что одинъ получилъ $\frac{3}{4}$ того количества мяса, какое получилъ другой, безъ 15 фунтовъ. Ско́лько мяса долженъ получить каждый?

634) Нѣкто купилъ кусокъ матеріи и заплатилъ за каждыя 6 арш. 7 рублей; а при продажѣ взялъ за каждыя 9 аршинъ 12 руб. и получилъ всего 22 рубля прибыли. Ско́лько аршинъ было въ кускѣ?

635) Въ пекарнѣ было 3 мѣшка муки: въ одномъ 2 $\frac{1}{5}$ пуд., въ другомъ 1 $\frac{3}{10}$ пуд. и въ третьемъ 1 $\frac{5}{6}$ пуд.; изъ всей этой муки испекли хлѣбы, на каждый хлѣбъ употребили $\frac{8}{33}$ пуда и каждый хлѣбъ продали по 25 коп. Ско́лько денегъ получили за всѣ хлѣбы?

636) Одинъ писецъ въ $\frac{3}{8}$ часа можетъ написать $\frac{5}{12}$ листа, другой въ $\frac{1}{2}$ часа — $\frac{9}{16}$ листа и третій въ $\frac{3}{4}$ часа — $\frac{11}{12}$ листа. Ско́лько получаютъ всѣ три писаря за одинъ часъ работы, если съ каждаго листа имъ платятъ $\frac{2}{5}$ руб.?

637) Въ трехъ кошелькахъ лежатъ деньги; если изъ перваго вынуть $\frac{3}{7}$, изъ втораго $\frac{3}{8}$, а изъ третьяго $\frac{5}{11}$ находящихся въ каждомъ изъ нихъ денегъ, то во всѣхъ кошелькахъ будетъ по 80 руб. Ско́лько было въ каждомъ?

638) Нѣкто долѣженъ былъ пройти 64 версты; въ перѣвый день онъ прошелъ $\frac{1}{7}$ всего пути, а во второй $\frac{2}{9}$; сколько верстъ осталось?

639) На сколько дней хватить 2 пуд. $1\frac{1}{4}$ ф. керосину для 6 лампъ, если лампы горятъ ежедневно по 6 час. 15 мин. и въ каждыя $2\frac{2}{5}$ часа сгораетъ $5\frac{1}{4}$ фнт. керосину?

640) За $5\frac{1}{2}$ арш. полотна и $10\frac{3}{4}$ арш. сукна заплачено 27 руб. 25 коп.; за арш. сукна платили въ 4 раза дороже, чѣмъ за арш. полотна. Что стоитъ арш. полотна и арш. сукна?

641) 3 кастрюли вѣсятъ 3 пуда 25 фнт.; вѣсъ второй въ $1\frac{1}{2}$ раза больше вѣса первой, а вѣсъ третьей составляетъ $\frac{1}{4}$ вѣса второй. Сколько вѣситъ каждая кастрюля?

642) Въ 4 бочки влито $126\frac{3}{5}$ ведра вина; сколько будетъ вина въ этихъ 4 бочкахъ, если къ первымъ тремъ прилить по $\frac{1}{4}$ ведра, а изъ четвертой отлить $3\frac{5}{6}$ ведра?

643) Крестьянинъ привезъ на рынокъ $6\frac{3}{4}$ чт. овса и $2\frac{1}{2}$ чт. прѣса, и продалъ все за 31 руб. По сколько онъ продавалъ четверть овса и четверть прѣса, если четверть прѣса дороже на 5 р.

644) Въ двухъ корзинахъ находилось по равному числу яблокъ. Изъ первой корзины дѣвочка взяла $\frac{2}{3}$ находившихся въ ней яблокъ и еще 5 яблокъ, другая дѣвочка взяла изъ второй корзины $\frac{5}{8}$ лежавшихъ въ ней яблокъ и еще 12 яблокъ, и обѣ дѣвочки взяли поровну. Сколько яблокъ находилось въ этихъ корзинахъ?

645) Въ теченіе одного года въ городѣ Н. умерло $\frac{2}{7}$ всего населенія, а число родившихся составляли $\frac{3}{10}$ числа жителей. Теперь считается въ этомъ городѣ 50540 жителей. На сколько душъ увеличилось населеніе города?

646) Серебряникъ сдѣлалъ изъ $\frac{3}{7}$ бывшаго у него серебра подносъ и дюжину столовыхъ ложекъ; на подносъ онъ употребилъ $1\frac{5}{32}$ этого количества, а на ложки $3\frac{1}{6}$ фнт. Сколько серебра у него было первоначально?

647) Изъ $4\frac{1}{5}$ пуда дѣрева получается $\frac{3}{4}$ пуда угля; сколько надо пудовъ дѣрева, чтобы вышло $4\frac{1}{5}$ пуд. угля?

648) Торговецъ выѣхалъ изъ города утромъ въ 7 час. и приѣхалъ въ деревню въ 9 час. 30 мин. утра; еслибъ онъ проѣзжалъ въ часъ на $\frac{1}{5}$ верст. меньше, то ѣхалъ бы до деревни 2 часа 36 мин.. Сколько верстъ отъ города до деревни?

649) Купецъ купилъ кусокъ сукна, заключавшій $58\frac{3}{4}$ арш., цѣною по $4\frac{1}{2}$ рубля аршинъ. вмѣсто $\frac{3}{5}$ суммы, которую онъ долѣженъ былъ заплатить за это сукно, купецъ далъ кусокъ шелковой матеріи, цѣною по $1\frac{1}{2}$ руб. арш., и вмѣсто остальной части той же суммы предложилъ кусокъ бархату, цѣною по $6\frac{3}{4}$ рубля арш. Сколько аршинъ было въ кускѣ шелковой матеріи и сколько аршинъ заключалъ кусокъ бархату?

650) Нѣкто издержалъ $\frac{1}{2}$ своихъ денегъ, потомъ $\frac{4}{5}$ остатка и у него еще осталось 25 коп. Сколько у него было денегъ?

651) Нѣкто купилъ $5\frac{5}{8}$ арш. сукна по $6\frac{1}{2}$ руб. и уступаетъ изъ нихъ своему знакомому $1\frac{3}{4}$ арш. Сколько у него остается арш. сукна, и сколько рублей долженъ его знакомый заплатить?

652) Въ кускѣ сукна $25\frac{5}{6}$ арш. Отъ него отрѣзано въ первый разъ $1\frac{1}{2}$, во второй $5\frac{5}{6}$, въ третій $1\frac{4}{5}$, въ четвертый 7 арш. Сколько аршинъ осталось въ кускѣ, и почемъ продавался аршинъ, если за остатокъ должно получить $48\frac{1}{2}$ руб., полагая, что сукно будетъ продано по той же цѣнѣ?

653) Два купца заплатили за товаръ 696 руб. Второй издержалъ $\frac{5}{7}$ того, что издержалъ первый. Сколько руб. издержалъ каждый?

654) Двое раздѣлили между собою 120 рублей 80 коп. такъ, что первый получилъ въ $2\frac{1}{2}$ раза болѣе второго. Сколько получилъ каждый?

655) Путешественникъ идетъ $5\frac{1}{2}$ часовъ въ день и употребляетъ $\frac{11}{12}$ часа на каждыя 4 версты. Во сколько дней пройдетъ онъ 288 верстъ?

656) Если бы я прибавилъ къ своимъ деньгамъ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$ и еще 209 руб., то у меня было бы втрое болѣе. Сколько у меня денегъ?

657) Если $\frac{1}{2}$ неизвѣстнаго числа умножимъ на $\frac{7}{9}$ того же числа, то получимъ неизвѣстное число.

658) Отъ головы сахара купецъ откололъ одному покупателю кусокъ въ $7\frac{1}{2}$ фнт., другому — кусокъ въ $5\frac{3}{5}$ фнт. и наконецъ продалъ остатокъ за 1 руб. $12\frac{3}{4}$ коп. по $20\frac{1}{2}$ коп. фунтъ. Сколько фунтовъ содержалось въ этой головѣ сахара?

659) Крестьянка привезла въ городъ неизвѣстное число яицъ. Первому покупателю продала половину всѣхъ яицъ и еще 5; второму $\frac{2}{9}$ всего числа и еще 7. Сколько у ней было яицъ, если послѣ второй продажи у ней осталось еще 3 яйца?

660) $\frac{3}{5}$ лѣтъ дочери равны $\frac{3}{10}$ лѣтъ матери, которой 60 лѣтъ. Сколько лѣтъ дочери?

661) У номѣщика было 375 десятинъ земли. Онъ продалъ $\frac{4}{15}$ этой земли и отдалъ въ аренду $\frac{19}{25}$ остатка. Сколько десятинъ осталось у него?

662) Если я къ половинѣ моихъ лѣтъ приложу $16\frac{3}{4}$, тогда получу $49\frac{3}{4}$. Сколько мнѣ лѣтъ?

663) За $20\frac{3}{4}$ арш. сукна заплачено $51\frac{7}{8}$ руб., все сукно это потомъ продано по $6\frac{1}{2}$ руб. аршинъ. Сколько рублей прибыли получено при этомъ?

664) Отцу и матери вместе $73\frac{1}{3}$, отцу и сыну вместе $50\frac{5}{12}$, матери и сыну $41\frac{3}{4}$ г. Сколько летъ отцу?

665) Нѣкто смѣшалъ $6\frac{1}{4}$ фунта масла, по 50 коп. за фунтъ, съ $3\frac{3}{4}$ фунт. масла, въ 25. Сколько будетъ стоить 1 фунт. смѣшаннаго масла?

666) $4\frac{5}{8}$ фунт. муки восходить 5 фунтовъ хлѣба. Сколько нужно муки, чтобы испечь 10 хлѣбовъ, въсомъ по $8\frac{1}{2}$ фунт.?

667) Купецъ, продавъ 260 арш. сукна за 1625 рублей, получилъ прибыли $3\frac{1}{2}$ руб. на каждый аршинъ. Сколько рублей заплатилъ онъ за сукно?

668) Лавочникъ купилъ $10\frac{3}{4}$ пуд. муки за 23 руб. 65 коп.; $\frac{1}{2}$ этой муки испортилась и не пошла въ продажу. По сколько копеекъ за фунтъ долженъ лавочникъ продавать остальную муку, чтобы выручить затраченные деньги?

669) Если бы у меня было еще 350 руб., то я былъ бы въ состояннѣ уплатить $1870\frac{1}{2}$ руб., которые я долженъ, и у меня осталось бы еще $25\frac{3}{4}$ руб. Сколько у меня наличныхъ денегъ?

670) Три купца должны раздѣлить между собою $704\frac{2}{5}$ руб. такъ, чтобы первый получилъ $20\frac{3}{5}$ руб. болѣе втораго, а второй $25\frac{2}{5}$ болѣе третьяго. Сколько денегъ получилъ каждый купецъ?

671) Если аршинъ сѣняго сукна стоитъ $6\frac{1}{2}$ руб., а аршинъ чѣрнаго сукна $2\frac{1}{4}$ руб. дешѣвле, то сколько нужно заплатить денегъ за $45\frac{3}{5}$ арш. чѣрнаго сукна и $20\frac{5}{8}$ арш. сѣняго?

672) 5 каменщиковъ въ 5 дней заработали $32\frac{1}{2}$ руб. Сколько денегъ заработали 20 каменщиковъ въ 10 дней?

673) На 20 дней 50-ти работникамъ выдають 2500 фунт. хлѣба. Сколько хлѣба надо выдать 62 работникамъ на 9 дней?

674) На ту сумму, на которую куплено 25 аршина сѣняго сукна, можно было купить 140 арш. 10 вершк. чѣрнаго сукна; что стоитъ аршинъ сѣняго сукна, если аршинъ чѣрнаго стоитъ $1\frac{3}{5}$ руб.?

675) Одинъ сынъ получилъ отъ отца денегъ на четыре раза болѣе, чѣмъ другой и еще $8\frac{3}{4}$ руб. Сколько получилъ каждый сынъ, если оба вместе получили $96\frac{1}{2}$ руб.?

676) При продажѣ $45\frac{1}{2}$ арш. сукна за $124\frac{4}{5}$ рубля купецъ получилъ прибыль, равняющуюся $\frac{1}{7}$ доли цѣны, за которую онъ купилъ это сукно. За сколько онъ купилъ аршинъ этого сукна?

677) Купецъ смѣшалъ три фунта кофе; перваго сорта онъ взялъ $\frac{7}{16}$ пуда и втораго $\frac{5}{12}$ п. Продавъ $\frac{5}{13}$ составленной смѣси, онъ узналъ, что у него осталось еще $\frac{53}{78}$ пуда. Сколько онъ взялъ третьяго сорта кофе для смѣси?

678) Если путешественник сдѣлаетъ въ день 54 версты, то онъ совершитъ назначенный ему путь въ $5\frac{1}{2}$ дн.; но онъ желаетъ употребить на этотъ путь $1\frac{1}{2}$ дн. меньше. По сколько верстъ въ день онъ долженъ ѣхать?

679) Нѣкто, получивъ наслѣдство, оставилъ себѣ $\frac{4}{9}$ части его, а остальную сумму раздѣлилъ поровну между четырьмя сестрами своими; тогда каждой сестрѣ досталось 4576 рублями меньше доли брата. Какъ велико было наслѣдство?

Таблица простыхъ (первоначальныхъ) чиселъ до 2741

2	179	419	661	947	1229	1523	1823	2131	2437
3	181	421	673	953	1231	1531	1831	2137	2441
5	191	431	677	967	1237	1543	1847	2141	2447
7	193	433	683	971	1249	1549	1861	2143	2459
11	197	439	691	977	1259	1553	1867	2153	2467
13	199	443	701	983	1277	1559	1871	2161	2473
17	211	449	709	991	1279	1567	1873	2179	2477
19	223	457	719	997	1283	1571	1877	2203	2503
23	227	461	727	1009	1289	1579	1879	2207	2521
29	229	463	733	1013	1291	1583	1889	2213	2531
31	233	467	739	1019	1297	1597	1901	2221	2539
37	239	479	743	1021	1301	1601	1907	2237	2543
41	241	487	751	1031	1303	1607	1913	2239	2549
43	251	491	757	1033	1307	1609	1931	2243	2551
47	257	499	761	1039	1319	1613	1933	2251	2557
53	263	503	769	1049	1321	1619	1949	2267	2579
59	269	509	773	1051	1327	1621	1951	2269	2591
61	271	521	787	1061	1361	1627	1973	2273	2593
67	277	523	797	1063	1367	1637	1979	2281	2609
71	281	541	809	1069	1373	1657	1987	2287	2617
73	283	547	811	1087	1381	1663	1993	2293	2621
79	293	557	821	1091	1399	1667	1997	2297	2633
83	307	563	823	1093	1409	1669	1999	2309	2647
89	311	569	827	1097	1423	1693	2003	2311	2657
97	313	571	829	1103	1427	1697	2011	2333	2659
101	317	577	839	1109	1429	1699	2017	2339	2663
103	331	587	853	1117	1433	1709	2027	2341	2671
107	337	593	857	1123	1439	1721	2029	2347	2677
109	347	599	859	1129	1447	1723	2039	2351	2683
113	349	601	863	1151	1451	1733	2053	2357	2687
127	353	607	877	1153	1453	1741	2063	2371	2689
131	359	613	881	1163	1459	1747	2069	2377	2693
137	367	617	883	1171	1471	1753	2081	2381	2699
139	373	619	887	1181	1481	1759	2083	2383	2707
149	379	631	907	1187	1483	1777	2087	2389	2711
151	383	641	911	1193	1487	1783	2089	2393	2713
157	389	643	919	1201	1489	1787	2099	2399	2719
163	397	647	929	1213	1493	1789	2111	2411	2729
167	401	653	937	1217	1499	1801	2113	2417	2731
173	409	659	941	1223	1511	1811	2129	2423	2741

О Т В Ъ Т Ы.

- 62) $\frac{7}{12}$ арш.
 63) $\frac{7}{10}$ фун.
 65) $\frac{1}{6}$ дюж.
 66) $\frac{1}{3}$ саж.
 67) $\frac{1}{3}$ фун.
 68) $\frac{1}{4}$ фун.
 69) а. $\frac{1}{5}$ фун., б. $\frac{2}{5}$ фун.
 70) а. $\frac{1}{8}$ хл., б. $\frac{3}{8}$ хл., в. $\frac{1}{4}$ хл.
 71) $\frac{1}{8}$ лис.
 72) $\frac{4}{9}$ арш.
 73) въ 4 дн.
 74) а. $\frac{1}{24}$ б. $\frac{5}{24}$
 84) $\frac{4}{4} = \frac{5}{5}$
 85) $\frac{7}{9}$ арш.
 86) первый мальчикъ пишетъ
 скорѣе.
 87) 20 коп.
 88) $\frac{2}{6} \frac{2}{3}$ — наибольшая и $\frac{2}{1} \frac{2}{3} \frac{2}{4}$
 наименьшая часть.
 89) утромъ гулялъ больше.
 98) Невѣрно поступила, надо
 умножить знаменателя на 81
 99) $\frac{1}{5}$
 100) $30\frac{3}{8}$ арш.
 101) $2\frac{2}{3}$ рбл.
 102) $\frac{1}{8}$
 103) 14
 104) $\frac{5}{24}$
 105) 2 арш.
 106) $3\frac{3}{8}$ арш.
 107) а. 18 фун.
 б. 126 фун.
 108) Надо умножить числителя
 1 на 49.
 109) на $\frac{7}{10}$ вер.
 110) 35 коп.
 111) $\frac{1}{4} \frac{3}{8} \frac{1}{6} \frac{5}{3} \frac{7}{2}$
 112) $\frac{1}{3} \frac{5}{8} \frac{1}{2} \frac{2}{3} \frac{6}{6} \frac{9}{9}$
 113) $\frac{3}{5} \frac{5}{3} \frac{4}{5} \frac{2}{7} \frac{1}{2} \frac{4}{1} \frac{1}{8}$
 114) $\frac{8}{7} \frac{5}{2} \frac{7}{1} \frac{5}{4} \frac{3}{2} \frac{5}{7} \frac{5}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4}$
 115) $\frac{5}{1} \frac{9}{3} \frac{1}{3} \frac{5}{5} \frac{2}{2} \frac{1}{7} \frac{1}{3} \frac{1}{1} \frac{5}{2} \frac{8}{0} \frac{9}{1} \frac{9}{8}$
 116) $\frac{5}{3} \frac{8}{7} \frac{4}{1} \frac{2}{6} \frac{1}{0} \frac{4}{8} \frac{1}{5} \frac{1}{4} \frac{4}{3} \frac{2}{4} \frac{1}{7}$
 117) $\frac{8}{4} \frac{1}{0} \frac{3}{0} \frac{6}{4} \frac{6}{0} \frac{1}{5} \frac{4}{7} \frac{2}{9} \frac{4}{6} \frac{2}{8} \frac{4}{9} \frac{4}{3} \frac{2}{6} \frac{8}{5} \frac{9}{9}$
 118) $\frac{2}{4} \frac{9}{6} \frac{6}{7} \frac{2}{9} \frac{7}{5} \frac{4}{7} \frac{2}{2} \frac{0}{6} \frac{5}{4} \frac{8}{7} \frac{3}{2} \frac{9}{8} \frac{0}{9} \frac{6}{6} \frac{0}{0}$
 119) $\frac{2}{1} \frac{2}{7} \frac{4}{8} \frac{5}{7} \frac{4}{9} \frac{2}{8} \frac{1}{9} \frac{7}{3} \frac{9}{3} \frac{2}{7} \frac{7}{5} \frac{1}{1}$
 120) $\frac{8}{9} \frac{1}{0} \frac{7}{4} \frac{0}{0} \frac{1}{8} \frac{4}{4} \frac{4}{7} \frac{3}{4} \frac{1}{3} \frac{0}{6} \frac{7}{7} \frac{1}{5}$
 123) $\frac{1}{6}$ арш.
 124) 18 8 6 4 3
 125) 12 7 4 3 3
 126) 5 3 3 21 36
 127) 5 66 17 17 $32\frac{6}{7}$
 128) 5 $6\frac{3}{3}$ 17 9 $14\frac{2}{3}$
 129) 8 9 13 2 $\frac{3}{8} \frac{8}{8} \frac{3}{0}$ $22\frac{3}{8} \frac{8}{8} \frac{8}{8}$
 130) 5 $19\frac{7}{3}$ 41 38 22
 131) $1\frac{2}{3}$ 3 3 4
 132) а. $\frac{1}{2}$ б. $\frac{1}{3}$ в. $\frac{1}{4}$
 133) а. $\frac{1}{3}$ б. $\frac{1}{4}$ в. $\frac{1}{6}$
 134) а. $\frac{1}{3}$ б. $\frac{1}{9}$ в. $\frac{1}{6}$
 135) а. $\frac{1}{2}$ б. $\frac{1}{3}$ в. $\frac{1}{8}$
 136) а. $\frac{1}{9}$ б. $\frac{1}{12}$ в. $\frac{1}{13}$

$$\begin{array}{r} \text{в. } \begin{array}{r} 13230 \\ 22680 \\ 8820 \\ 22680 \\ 13230 \\ 22680 \end{array} \quad \begin{array}{r} 14175 \\ 22680 \\ 21924 \\ 22680 \\ 3640 \\ 22680 \end{array} \quad \begin{array}{r} 19830 \\ 22680 \\ 5940 \\ 22680 \\ 4050 \\ 22680 \end{array} \\ \text{г. } \begin{array}{r} 11970 \\ 12600 \\ 3850 \\ 12600 \\ 5922 \\ 12600 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12580 \\ 12600 \\ 12600 \\ 12600 \\ 12600 \\ 12600 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12600 \\ 12600 \\ 12600 \\ 12600 \\ 12600 \\ 12600 \end{array} \end{array}$$

$$189) \text{ а. } \begin{array}{r} 75 \\ 120 \\ 64 \\ 120 \\ 90 \\ 120 \\ 115 \\ 120 \\ 92 \\ 120 \end{array} \quad \text{б. } \begin{array}{r} 6930 \\ 8820 \\ 3430 \\ 8820 \\ 7880 \\ 8820 \\ 4704 \\ 8820 \end{array}$$

$$\text{в. } \begin{array}{r} 140 \\ 323 \\ 268 \\ 323 \\ 260 \\ 323 \\ 405 \\ 323 \\ 323 \end{array} \quad \text{г. } \begin{array}{r} 18900 \\ 30240 \\ 18000 \\ 30240 \\ 10640 \\ 30240 \\ 28665 \\ 30240 \end{array}$$

$$190) \text{ а. } \begin{array}{r} 8820 \\ 12600 \\ 3850 \\ 12600 \\ 5922 \\ 12600 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3150 \\ 12600 \\ 7500 \\ 12600 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3675 \\ 12600 \\ 5940 \\ 12600 \end{array}$$

$$\text{б. } \begin{array}{r} 15015 \\ 17325 \\ 6930 \\ 17325 \\ 10890 \\ 17325 \\ 9933 \\ 17325 \\ 2025 \\ 17325 \end{array}$$

$$\text{в. } \begin{array}{r} 21840 \\ 39312 \\ 34024 \\ 39312 \\ 32032 \\ 39312 \\ 7344 \\ 39312 \end{array}$$

$$\text{г. } \begin{array}{r} 255255 \\ 510510 \\ 340346 \\ 510510 \\ 364650 \\ 510510 \\ 306303 \\ 510510 \\ 417690 \\ 510510 \\ 1963500 \\ 510510 \\ 270270 \\ 510510 \\ 918918 \\ 510510 \end{array}$$

$$191) \text{ а. } 2. \text{ б. } 3\frac{1}{4}. \text{ в. } 3\frac{1}{4}.$$

$$192) \text{ а. } 3. \text{ б. } 3\frac{1}{3}. \text{ в. } 4\frac{1}{4}. \text{ г. } 5\frac{1}{4}.$$

$$\text{д. } 2\frac{1}{2}.$$

$$89) \text{ утро } \text{б. } 41 \text{ в. } 14 \text{ г. } 25\frac{2}{3}$$

$$98) \text{ Нев } \text{б. } 216\frac{9}{12} \text{ умножить } \text{б. } 386\frac{3}{72}.$$

$$99) \frac{1}{3} \text{ б. } 2\frac{3}{4} \text{ ар. } 3\frac{1}{2} \text{ б.}$$

$$100) 30\frac{3}{8} \text{ арш. } \text{б. } 100\frac{1}{2} \text{ ч.}$$

$$101) 2\frac{3}{4} \text{ рбл. } 163\frac{3}{4} \text{ ст.}$$

$$102) \frac{1}{8} 1\frac{3}{8} \text{ г. } 1\frac{1}{4}$$

$$103) 14 3\frac{1}{4} \text{ г. } 1\frac{2}{3}.$$

$$104) \frac{5}{4} \text{ ч. } 24\frac{3}{5}$$

$$105) 2 \text{ арш.}$$

$$106) 3\frac{3}{8} \text{ арш.}$$

$$200) \text{ а. } 2\frac{10}{32} \text{ б. } 23\frac{1}{4} \text{ в. } 14\frac{3}{8} \text{ г. } 15\frac{1}{2}.$$

$$201) \text{ а. } 4\frac{3}{8} \text{ б. } 4\frac{1}{4} \text{ в. } 4\frac{1}{6} \text{ г. } 4\frac{7}{8}.$$

$$202) \text{ а. } 3\frac{14}{96} \text{ б. } 32\frac{7}{80} \text{ в. } 55\frac{4}{180} \text{ г. } 26\frac{1}{9}.$$

$$203) \text{ а. } 2 \text{ р., б. } 2\frac{4}{5} \text{ с., в. } 2\frac{1}{3} \text{ чт., г. } 2\frac{7}{5} \text{ б.}$$

$$204) \text{ а. } 3\frac{1}{4} \text{ ф., б. } 4\frac{1}{9} \text{ вер., в. } 2\frac{1}{60} \text{ чт., г. } 2\frac{6}{25} \text{ л.}$$

$$205) \text{ а. } 54\frac{3}{4} \text{ час., б. } 13\frac{2}{3} \text{ п., в. } 29\frac{1}{2} \text{ дес., г. } 49\frac{3}{5} \text{ д.}$$

$$206) \text{ а. } 67\frac{2}{3} \text{ ф., б. } 102\frac{1}{60} \text{ ар., в. } 36\frac{10}{120} \text{ д., г. } 45\frac{7}{1260} \text{ д.}$$

$$207) \text{ а. } 1\frac{2}{3} \text{ б. } 13\frac{7}{90} \text{ в. } 1\frac{5}{126} \text{ г. } 1\frac{1}{168}.$$

$$208) \text{ а. } 1\frac{1}{3} \text{ б. } 1\frac{1}{5} \text{ в. } 2\frac{9}{10} \text{ г. } 1\frac{2}{3}.$$

$$209) \text{ а. } 3\frac{5}{8} \text{ б. } 3\frac{1}{10} \text{ в. } 3\frac{1}{30} \text{ г. } 3\frac{1}{5}.$$

$$210) \text{ а. } 1\frac{2}{3} \text{ б. } 2\frac{1}{6} \text{ в. } 1\frac{8}{9} \text{ г. } 1\frac{2}{5}.$$

$$211) \text{ а. } 10\frac{29}{56} \text{ б. } 8\frac{7}{112} \text{ в. } 33\frac{6}{63} \text{ г. } 108\frac{1}{4}.$$

$$212) \text{ а. } 127\frac{2783}{880} \text{ б. } 700\frac{102907}{151200} \text{ в. } 73\frac{10407}{400680} \text{ г. } 229\frac{28729}{72930}.$$

$$213) \text{ а. } 3\frac{1093}{1260} \text{ б. } 3\frac{7243}{60660} \text{ в. } 4\frac{1631}{2200} \text{ г. } 4\frac{2}{360}.$$

$$214) \text{ а. } 161\frac{31}{20} \text{ б. } 137\frac{1001}{1280} \text{ в. } 47\frac{953}{1120} \text{ г. } 976\frac{18363}{38030}.$$

$$215) \text{ а. } 2\frac{1}{10} \text{ р., б. } 3\frac{1}{6} \text{ вер., в. } 3\frac{1}{5} \text{ чт., г. } 3\frac{9}{55} \text{ б.}$$

$$216) \text{ а. } 20\frac{1}{4} \text{ шт. б. } 51\frac{353}{89460} \text{ час. в. } 418\frac{157}{304} \text{ зл.}$$

$$\text{г. } 483\frac{613}{2310} \text{ дес.}$$

$$217) \text{ а. } 3\frac{7}{4} \text{ б. } 3\frac{5}{60} \text{ в. } 4\frac{1}{72} \text{ г. } 3\frac{29}{200}.$$

$$218) \text{ а. } 2656\frac{95}{144} \text{ б. } 1595\frac{79}{105} \text{ в. } 2109\frac{605}{2016} \text{ г. } 6048\frac{2}{9}.$$

- 219) а. $10814\frac{761}{1050}$ вер.
 б. $4239\frac{190}{830}$ чт.
 в. $4296\frac{911}{1470}$ зл.
 г. $3351\frac{8}{45}$ дн.
- 220) а. $4433\frac{8998}{13200}$ ф.
 б. $16474\frac{835}{1894}$ п.
 в. $13135\frac{1}{4}$ мѣс.
- 221) 400 ст. $\frac{1}{2}\frac{2}{3}$ д.
- 222) 28 бер. 2 п. 39 ф. 33 зл.
 $50\frac{2}{3}\frac{1}{5}$ дл.
- 223) 133 чт. $\frac{2}{17}$ гр.
- 224) 85 л. 26 м. $\frac{1}{6}$ д.
- 225) $\frac{4}{5}$ р.
- 226) $2\frac{5}{144}$ ар.
- 227) $12\frac{5}{27}$
- 228) $173\frac{5}{8}$ арш.
- 229) $1\frac{1}{12}$ ф.
- 230) $131\frac{1}{2}$ в.
- 231) $52\frac{837}{645}$ ф.
- 232) $165\frac{1}{4}$ вер.
- 233) $1\frac{3}{4}$ руб.
- 234) $38\frac{1}{6}$ л.
- 235) $230\frac{49}{60}$ арш.
- 236) $496\frac{524}{925}$ вер.
- 237) 1 г. 4 мѣс. 27 дн.
- 238) 9 р. 95 коп.
- 239) $2\frac{877}{1200}$ зл.
- 240) $3\frac{2}{9}$ руб.
- 241) увеличится на $9\frac{1}{14}$
- 242) $137\frac{340}{240}$ арш.
- 243) $72\frac{27}{80}$ саж.
- 244) $15\frac{1}{3}$ ф.
- 245) 40 р.
- 246) $380\frac{1}{4}$ вер.
- 247) $74\frac{1}{6}$ арш.
- 248) $82\frac{7}{8}$ дес.
- 249) $5\frac{1}{10}$ р.
- 250) $2\frac{1}{3}$ дюж.
- 251) $23\frac{5}{8}$ саж.
- 252) 1 ф. 25 л. $77\frac{1}{5}$ д.
- 253) $19\frac{1}{48}$ ар.
- 254) $1\frac{2}{3}$ саж.
- 255) $7\frac{1}{168}$ арш.
- 256) 25 с. $4\frac{5}{12}$ д.
- 257) $\frac{1}{2}\frac{1}{10}$
- 258) $633\frac{3}{224}$ саж.
- 259) а. $\frac{2}{5}$ б. $\frac{1}{3}$ в. $\frac{1}{6}$ г. $\frac{2}{9}$ д. $\frac{1}{5}$
- 260) а. $\frac{2}{5}$ б. $\frac{1}{3}$ в. $\frac{23}{108}$ г. $\frac{46}{189}$
- 261) а. $2\frac{2}{7}$ б. $5\frac{1}{3}$ в. $18\frac{1}{2}$ г. $38\frac{1}{2}$
- 262) а. $\frac{4}{5}$ б. $3\frac{1}{2}$ в. $5\frac{2}{3}$ г. $8\frac{5}{12}$
- 263) а. $107\frac{1}{3}$ б. $375\frac{2}{3}$ в. $75\frac{2}{3}$
 г. $385\frac{1}{3}\frac{6}{9}$
- 264) а. $14\frac{5}{4}$ б. $22\frac{1}{6}$ в. $82\frac{1}{18}$
 г. $36\frac{1}{6}\frac{2}{3}$
- 265) а. $6\frac{4}{9}$ б. $13\frac{1}{6}$ в. $20\frac{5}{9}$
 г. $43\frac{8}{55}$
- 266) а. $321\frac{2}{3}$ б. $\frac{172}{963}$ в. $178\frac{5}{162}$
 г. $188\frac{23}{75}$
- 267) а. $236\frac{37}{172}$ б. $366\frac{1}{27}$ в. $87\frac{16}{103}$
 г. $189\frac{3}{12}$
- 268) а. $138\frac{3}{23}$ б. $84\frac{1}{7}$ в. $28\frac{3}{5}$
 г. $367\frac{5}{6}$
- 269) а. $6\frac{7}{9}$ б. $8\frac{7}{9}$ в. $12\frac{4}{7}$ г. $27\frac{9}{24}$
- 270) а. $132\frac{8}{17}$ б. $458\frac{33}{99}$ в. $207\frac{1}{14}$
 г. $229\frac{19}{51}$
- 271) а. $38\frac{6}{9}\frac{1}{1}$ б. $74\frac{6}{7}\frac{1}{7}$ в. $790\frac{0}{13}$
 г. $301\frac{6}{72}\frac{3}{9}$
- 272) а. $\frac{1}{3}$ б. $\frac{1}{8}$ в. $\frac{1}{8}$ г. $\frac{1}{12}$
- 273) а. $\frac{19}{48}$ б. $\frac{103}{86}$ в. $\frac{1}{12}$ г. $\frac{1}{4}$
- 274) а. $\frac{5}{6}$ б. $\frac{7}{9}$ в. $\frac{1}{3}$ г. $\frac{7}{36}$
- 275) а. $3\frac{2}{3}$ б. $7\frac{1}{13}$ в. $17\frac{8}{57}$ г. $65\frac{2}{3}$
- 276) а. $\frac{83}{280}$ б. $\frac{1}{21}$ в. $\frac{3}{35}$ г. $\frac{1}{7}$
- 277) а. $28\frac{32}{135}$ б. $35\frac{9}{225}$ в. $47\frac{49}{240}$
 г. $59\frac{9}{180}\frac{7}{10}$
- 278) а. $5\frac{22}{405}$ саж., б. $\frac{1}{10}\frac{1}{3}$ час.,
 в. $1\frac{1}{4}\frac{5}{6}$ п., г. $200\frac{83}{192}$ чт.

- 279) а. $18\frac{606}{3381}$ б. $57\frac{88}{405}$ в. $29\frac{13}{197}$
г. $105\frac{201}{2332}$
- 280) а. $\frac{1}{4}$ р. б. $\frac{29}{60}$ п. в. $\frac{4}{5}$ дн.
г. $\frac{1}{10}$ чт.
- 281) а. $36\frac{41}{2}$ б. $17\frac{1}{2}$ в. $22\frac{2}{40}$
г. $173\frac{37}{5}$
- 282) а. $74\frac{113}{33}$ д., б. $43\frac{119}{20}$ вер.,
в. $47\frac{2}{32}$ ар., г. $131\frac{137}{30}$ ар.
- 283) а. $34\frac{59}{196}$ б. $45\frac{9}{10}$ в. $18\frac{20}{1}$
г. $46\frac{43}{53}$
- 284) а. $8\frac{7}{63}$ б. $21\frac{37}{66}$ в. $36\frac{41}{98}$
г. $51\frac{267}{66}$
- 285) 4 р. $36\frac{3}{4}$ к.
- 286) 1 мѣс. 25 дн. $22\frac{8}{45}$ ч.
- 287) 2 п. 35 ф. $77\frac{27}{35}$ зл.
- 288) 4 саж. 5 ф. $1\frac{29}{6}$ дюйм.
- 289) 3 саж. 2 ар. $15\frac{293}{94}$ вер.
- 290) 2 чт. 7 чк. $4\frac{79}{40}$ гур.
- 291) 1 бч. 39 вед. $2\frac{353}{42}$ шт.
- 292) 3 ст. $1\frac{5}{24}$ л.
- 293) 15 бер. 7 п. $12\frac{19}{21}$ гр.
- 294) 361 саж. $1\frac{8}{75}$ арш.
- 295) 7 п. $12\frac{1}{4}$ гр.
- 296) 1 л. 8 мѣс. 11 д. $10\frac{7}{60}$ ч.
- 297) 1 вер. 497 саж. $1\frac{7}{12}$ фут.
- 298) 10 боч. 39 вед. $9\frac{1}{4}$ шт.
- 299) 10 чт. 7 чк. $7\frac{5}{8}$ гар.
- 300) $56\frac{13}{21}$ дл.
- 301) а. $11\frac{17}{35}$ б. $6\frac{11}{60}$
- 302) а. $16\frac{29}{72}$ б. $7\frac{1}{35}$
- 303) а. $4\frac{19}{160}$ б. $9\frac{49}{40}$
- 304) а. $27\frac{3}{8}$ б. $\frac{28}{3}$
- 305) а. $13\frac{3}{5}$ б. $10\frac{17}{60}$
- 306) а. $2\frac{317}{360}$ б. $8\frac{13}{85}$
- 307) а. $5\frac{7}{8}$ б. $12\frac{1}{2}$
- 308) а. $10\frac{307}{360}$ б. $\frac{5}{12}$
- 309) а. $5\frac{1}{4}$ б. $1\frac{7}{60}$
- 310) $16\frac{263}{270}$
- 311) $8\frac{307}{60}$
- 312) $18\frac{3}{50}$
- 313) $2\frac{5}{17}$ арш.
- 314) $2\frac{3}{8}$ гр.
- 315) $13\frac{6}{11}$ чт.
- 316) $\frac{9}{33}$
- 317) $3\frac{3}{8}$ гр.
- 318) $5\frac{1}{16}$ арш.
- 319) $6\frac{1}{2}$ арш.
- 320) 5 арш.
- 321) $1\frac{6}{7}$ саж.
- 322) $2\frac{5}{13}$ гр.
- 323) $2\frac{1}{2}$ арш.
- 324) $\frac{7}{8}$ арш.
- 325) $9\frac{47}{8}$ арш.
- 326) $18\frac{3}{4}$ гр.
- 327) $1\frac{3}{2}$ саж.
- 328) $5\frac{7}{12}$ л.
- 329) $4\frac{1}{2}$ дюж.
- 330) $2\frac{9}{14}$ саж.
- 331) $2\frac{3}{8}$ ф.
- 332) во второмъ и на $29\frac{5}{24}$ ар.
- 333) $14\frac{607}{600}$ бер.
- 334) $11\frac{1}{84}$ саж.
- 335) $3\frac{27}{720}$ саж.
- 336) $65\frac{131}{92}$ чт.
- 337) $350\frac{1}{16}$ арш.
- 338) $3203\frac{33}{40}$ р.
- 339) $\frac{1}{8}$ ф.
- 340) $1\frac{11701}{3548}$ п.
- 341) $257\frac{1}{84}$ вер.
- 342) $31\frac{47}{180}$ саж.
- 343) а. $1\frac{1}{4}$ б. $6\frac{3}{4}$ в. $19\frac{1}{5}$ г. $15\frac{5}{8}$
д. $18\frac{1}{12}$
- 344) а. 6 б. 20 в. $33\frac{4}{9}$ г. 18 д. 45
- 345) а. $9\frac{1}{3}$ б. $18\frac{3}{4}$ в. $33\frac{3}{5}$ г. $101\frac{5}{6}$
д. $138\frac{4}{9}$

- 346) а. 45 б. $40\frac{1}{2}$ в. 244 г. $78\frac{1}{2}$
д. 717
- 347) а. $13\frac{1}{3}$ б. $4\frac{1}{6}$ в. $6\frac{1}{4}$ г. $16\frac{1}{2}$
д. $14\frac{2}{3}$
- 348) а. $1\frac{1}{2}$ б. $3\frac{3}{4}$ в. $4\frac{3}{4}$ г. $2\frac{2}{3}$ д. $4\frac{3}{8}$
- 349) а. 4 б. 6 в. $3\frac{3}{5}$ г. 6 д. 10 .
- 350) а. $7\frac{1}{2}$ б. $2\frac{2}{3}$ в. 4 г. $3\frac{3}{4}$ д. $5\frac{3}{4}$
- 351) а. $7\frac{1}{2}$ б. $26\frac{2}{3}$ в. 29 г. $33\frac{2}{3}$
д. $65\frac{5}{8}$
- 352) а. 22 б. 47 в. 62 г. 85
д. $22\frac{1}{2}$
- 353) а. $\frac{3}{10}$ б. $\frac{1}{2}\frac{0}{1}$ в. $\frac{8}{7}\frac{5}{8}$ г. $\frac{5}{8}\frac{5}{4}$ д. $\frac{5}{2}\frac{5}{3}\frac{5}{8}$
- 354) а. $\frac{3}{5}$ б. $\frac{5}{8}$ в. $\frac{6}{1}\frac{3}{3}$ г. $\frac{1}{2}\frac{5}{6}$ д. $\frac{3}{8}$
- 355) а. $\frac{7}{20}$ б. $\frac{1}{3}$ в. $\frac{3}{2}\frac{2}{2}$ г. $\frac{1}{6}\frac{3}{0}$ д. $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$
- 356) а. $\frac{9}{16}$ б. $\frac{6}{11}$ в. $\frac{4}{27}$ г. $\frac{5}{24}$ д. $\frac{1}{2}\frac{2}{3}$
- 357) а. $\frac{1}{2}\frac{2}{5}$ б. $\frac{3}{7}$ в. $\frac{4}{9}$ г. $\frac{4}{5}$ д. $\frac{5}{7}$
- 358) а. $\frac{3}{5}$ б. $\frac{4}{7}$ в. $\frac{7}{11}\frac{0}{7}$ г. $\frac{5}{7}$ д. $\frac{1}{5}\frac{9}{4}$
- 359) а. $\frac{9}{10}$ б. $\frac{2}{6}\frac{1}{4}$ в. $\frac{2}{6}\frac{8}{5}$ г. $\frac{9}{16}\frac{2}{9}$
д. $\frac{1}{2}\frac{3}{8}\frac{9}{4}$
- 360) а. $\frac{3}{6}$ б. $\frac{1}{2}\frac{2}{1}\frac{6}{1}$ в. $\frac{6}{7}\frac{3}{6}$ г. $\frac{3}{5}$ д. $\frac{2}{5}\frac{5}{0}\frac{6}{2}\frac{5}{4}$
- 361) а. 1 б. $2\frac{1}{2}\frac{4}{4}$ в. $4\frac{1}{6}\frac{6}{1}$ г. 3
д. 4 .
- 362) а. $1\frac{1}{3}$ б. $3\frac{1}{2}\frac{5}{8}$ в. $1\frac{2}{6}\frac{1}{4}$ г. $2\frac{1}{2}$
д. $5\frac{1}{5}\frac{3}{5}$
- 363) а. $\frac{9}{10}$ б. $9\frac{9}{4}\frac{9}{5}$ в. $14\frac{2}{2}\frac{1}{1}$ г. $22\frac{3}{5}\frac{7}{6}$
д. $18\frac{2}{3}$
- 364) а. $9\frac{1}{3}$ б. $9\frac{1}{6}$ в. $14\frac{7}{9}$ г. $32\frac{3}{1}\frac{0}{0}$
д. $35\frac{1}{3}$
- 365) а. $10\frac{1}{8}$ б. $15\frac{1}{8}\frac{7}{8}$ в. $6\frac{1}{4}$ г. $25\frac{4}{8}\frac{0}{1}$
- 366) $\frac{1}{9}\frac{5}{8}$
- 367) $\frac{1}{3}\frac{0}{0}$
- 368) $\frac{2}{7}$
- 369) $\frac{5}{7}\frac{7}{7}$
- 370) $\frac{4}{6}\frac{3}{3}$
- 371) $\frac{2}{11}$
- 372) $95\frac{1}{3}$
- 373) $604\frac{2}{1}\frac{3}{3}$
- 374) 162
- 375) $85\frac{4}{1}\frac{1}{3}$
- 376) $24\frac{5}{4}$
- 377) $1\frac{2}{5}$
- 378) 19
- 379) $11\frac{2}{3}$
- 380) $1\frac{9}{10}$
- 381) $31\frac{1}{4}$
- 382) $24\frac{1}{1}\frac{1}{6}$
- 383) $16\frac{1}{1}\frac{0}{0}$
- 384) $7\frac{1}{1}\frac{1}{1}\frac{3}{5}$
- 385) $3\frac{2}{3}$
- 386) $3\frac{2}{2}\frac{7}{0}$
- 387) $5\frac{1}{2}\frac{5}{8}\frac{1}{6}$
- 388) $\frac{2}{2}\frac{9}{2}$
- 389) $10\frac{8}{7}\frac{5}{2}$
- 390) $4\frac{1}{3}\frac{7}{6}$
- 391) $8\frac{6}{7}\frac{0}{0}$
- 392) $15\frac{1}{1}\frac{1}{6}$
- 393) $27\frac{3}{4}\frac{4}{9}\frac{1}{5}$
- 394) $\frac{1}{1}\frac{4}{3}\frac{5}{4}$
- 395) $147\frac{2}{2}\frac{8}{9}\frac{9}{4}$
- 396) 47 руб. 70 коп.
- 397) 168 руб.
- 398) 8 саж. $\frac{2}{3}$ ф.
- 399) 2 фута.
- 400) $46\frac{1}{3}$ л.
- 401) $21\frac{1}{3}$ ар.
- 402) 7047 руб. $58\frac{1}{3}$ коп.
- 403) 1 час. $50\frac{1}{4}$ м.
- 404) $22\frac{1}{2}$ коп.
- 405) $126\frac{9}{1}\frac{0}{0}$ вер.
- 406) $3\frac{4}{7}$, $6\frac{3}{7}$, $10\frac{3}{7}$, 10 , $17\frac{6}{7}$
- 407) $1\frac{6}{2}\frac{5}{5}$ руб.
- 408) $2642\frac{5}{8}$ вед.
- 409) $69\frac{1}{2}$ п.
- 410) 21 р. $86\frac{3}{4}$ коп.
- 411) $922\frac{1}{2}$
- 412) 9 , 15 , 27 , 147 , 249 коп.

- 413) $22\frac{1}{2}$ коп., $33\frac{3}{4}$ коп., $56\frac{1}{4}$ коп.
 414) 64 р.
 415) $42\frac{1}{2}$ ф.
 416) $53\frac{1}{8}$ вер.
 417) 18 чт. 6 гр.
 418) $2\frac{5}{8}$ ф.
 419) $24\frac{3}{8}$ р.
 420) меньше на $88\frac{1}{3}$ пуда.
 421) $700\frac{3}{4}$ вед.
 422) 7 руб. 35 коп.
 423) 22 руб. 20 коп.
 424) $14\frac{1}{3}$ руб., $18\frac{2}{3}$ руб.
 425) $145\frac{7}{8}$ саж.
 426) $\frac{1}{2}$
 427) 25 ф.
 428) 2 вер.
 429) а. $\frac{1}{4}$ б. $\frac{1}{8}$ в. $\frac{1}{9}$ г. $\frac{1}{15}$ д. $\frac{1}{85}$
 430) а. $\frac{3}{7}$ б. $\frac{2}{15}$ в. $\frac{3}{28}$ г. $\frac{1}{13}$
 д. $\frac{1}{47}$
 431) а. $\frac{1}{18}$ б. $\frac{1}{8}$ в. $\frac{2}{18}$ г. $\frac{2}{18}$
 д. $\frac{1}{20}$
 432) а. $\frac{3}{10}$ б. $\frac{7}{12}$ в. $\frac{9}{88}$ г. $\frac{1}{42}$
 д. $\frac{1}{27}$
 433) а. $\frac{1}{32}$ б. $\frac{3}{32}$ в. $\frac{2}{25}$ г. $\frac{9}{74}$
 д. $\frac{8}{74}$
 434) а. $\frac{1}{2}$ б. $\frac{2}{5}$ в. $\frac{5}{8}$ г. $\frac{3}{7}$ д. $\frac{3}{7}$
 435) а. $\frac{1}{16}$ б. $\frac{3}{16}$ в. $\frac{6}{81}$ г. $\frac{7}{32}$
 д. $\frac{1}{80}$
 436) а. $\frac{4}{3}$ б. $\frac{5}{9}$ в. $\frac{3}{6}$ г. $\frac{3}{10}$
 д. $\frac{1}{24}$
 437) а. $\frac{2}{9}$ б. $1\frac{3}{8}$ в. $1\frac{3}{8}$
 г. $\frac{8}{5}$ д. $1\frac{7}{5}$
 438) а. 6 б. 25 в. $24\frac{1}{2}$ г. $12\frac{3}{5}$
 д. $15\frac{3}{4}$
 439) а. $4\frac{4}{5}$ б. 9 в. 13 г. 23 д. 25
 440) а. $9\frac{1}{3}$ б. 22 в. 20 г. 39
 д. $53\frac{1}{2}$
 441) а. $10\frac{1}{2}$ б. $16\frac{2}{3}$ в. $31\frac{1}{2}$ г. $33\frac{1}{2}$
 д. $64\frac{1}{2}$
 442) а. 20 б. 12 в. $12\frac{1}{2}$ г. $16\frac{1}{2}$ е. $31\frac{1}{2}$
 443) а. 40 б. $169\frac{3}{4}$ в. $159\frac{6}{11}$
 г. $246\frac{1}{8}$ д. 60
 444) а. 100 б. 123 в. $67\frac{4}{11}$
 г. 290 д. $780\frac{1}{11}$
 445) а. $\frac{3}{4}$ б. $\frac{5}{8}$ в. $\frac{7}{9}$ г. $\frac{5}{6}$ д. $\frac{9}{10}$
 446) а. $2\frac{2}{3}$ б. $1\frac{2}{3}$ в. $1\frac{2}{3}$ г. $\frac{2}{3}$ д. $\frac{1}{2}$
 447) а. $\frac{7}{9}$ б. $\frac{9}{10}$ в. $\frac{3}{4}$ г. $1\frac{5}{8}$ д. $\frac{3}{9}$
 448) а. $1\frac{5}{7}$ б. $1\frac{2}{7}$ в. $1\frac{5}{7}$ г. $2\frac{1}{2}$ д. $1\frac{5}{7}$
 449) а. $1\frac{1}{4}$ б. $1\frac{1}{2}$ в. $1\frac{7}{10}$ г. $1\frac{2}{5}$
 д. $\frac{1}{30}$
 450) а. $\frac{2}{1}$ б. $\frac{2}{8}$ в. $\frac{4}{9}$ г. $\frac{2}{4}$ д. $2\frac{4}{9}$
 451) а. $\frac{1}{4}$ б. $\frac{2}{3}$ в. $\frac{1}{2}$ г. $\frac{7}{8}$ д. $1\frac{1}{8}$
 452) а. $5\frac{1}{4}$ б. $7\frac{1}{4}$ в. $21\frac{1}{4}$ г. $45\frac{3}{8}$
 д. $201\frac{1}{8}$
 453) а. $\frac{3}{7}$ б. $\frac{3}{8}$ в. $\frac{1}{5}$ г. $\frac{1}{7}$
 д. $\frac{2}{5}$
 454) а. $\frac{3}{4}$ б. $\frac{9}{35}$ в. $\frac{2}{5}$ г. $\frac{9}{5}$
 д. $\frac{2}{4}$
 455) а. $\frac{1}{1}$ б. $\frac{4}{23}$ в. $\frac{5}{23}$ г. $3\frac{7}{23}$
 д. $1\frac{1}{2}$
 456) а. $4\frac{1}{2}$ б. $\frac{7}{8}$ в. $2\frac{1}{8}$
 г. $\frac{6}{4}$ д. $1\frac{7}{6}$
 457) $\frac{3}{0}$
 458) $\frac{1}{20}$ ф.
 459) $\frac{2}{5}$ п.
 460) $\frac{3}{0}$ ф.
 461) $2\frac{7}{8}$ чк.
 462) $\frac{1}{6}$ саж.
 463) $1\frac{3}{6}$ чк.
 464) $5\frac{3}{0}$ р.
 465) $\frac{3}{4}$ ф.
 466) 1 р. $40\frac{5}{12}$ коп.
 467) $2\frac{1}{3}$ арш.
 468) $4\frac{1}{2}$ р.
 469) $36\frac{1}{4}$ коп.

- 470) $10\frac{1}{3}$ час.
 471) 20 час.
 472) 12
 473) $138\frac{3}{14}$ чт.
 474) $39\frac{1}{2}$ ф.
 475) $21\frac{7}{8}$ арш.
 476) 216 д.
 477) $9\frac{1}{3}$ час.
 478) $33\frac{1}{3}$ ф.
 479) $2\frac{5}{8}$ ф.
 480) 15 коп.
 481) 12
 482) 10 арш.
 483) 848 в.
 484) $21\frac{1}{3}$ д.
 485) 7552 р.
 486) 202 б. и 464 б.
 487) 113 р.
 488) 666 об.
 489) $\frac{41}{2}$ раб.
 490) $4\frac{1}{2}$ р.
 491) а. 13 коп., б. 74 коп.,
 в. 76 коп., г. 35 коп.,
 д. 70 коп., е. 220 коп.,
 ж. 565 коп.
 492) а. 8 гар., б. 6 гар.,
 в. 4 гар., г. $4\frac{1}{3}$ гар.,
 д. $6\frac{5}{3}$ гар. е. $4\frac{2}{3}$ гар.,
 ж. 22 гар., з. $14\frac{2}{3}$ гар.
 493) а. 5 чк., б. 6 чк., в. 1 чк.,
 г. $6\frac{8}{7}$ чк., д. $6\frac{1}{3}$ чк.
 е. $3\frac{1}{3}$ чк., ж. $44\frac{2}{3}$ чк.
 з. $25\frac{1}{2}$ чк.
 494) а. 7 чр., б. 6 чр., в. $7\frac{1}{2}$ чр.,
 г. $8\frac{3}{4}$ чр., д. $8\frac{2}{11}$ чр.,
 е. 36 чр., ж. $45\frac{5}{13}$ чр.
 495) а. 3 шт., б. 2 шт.,
 в. $7\frac{7}{9}$ шт., г. $9\frac{1}{6}$ шт.,
 д. $8\frac{1}{8}$ шт., е. 79 шт.,
 ж. $83\frac{3}{4}$ шт.
 496) а. 21 вед., б. 22 вед.,
 в. 8 вед., г. $3\frac{1}{4}$ вед.,
 д. $12\frac{1}{2}$ вед., е. 188 вед.
 ж. $145\frac{5}{7}$ вед.
 497) а. 23 м., б. 52 м., в. 36 м.,
 г. 51 м., д. $28\frac{8}{9}$ м., е. 46 м.,
 ж. $102\frac{3}{7}$ м.
 498) а. 5 час., б. 22 час.,
 в. 20 час., г. $18\frac{2}{3}$ час.
 д. $13\frac{1}{35}$ час., е. 62 час.,
 ж. $130\frac{2}{3}$ час.
 499) а. 675 дол., б. 114 дол.,
 в. $81\frac{3}{5}$ дол., г. $68\frac{4}{7}$ дол.,
 д. $26\frac{2}{11}$ дол., е. $329\frac{1}{11}$ дол.,
 ж. $557\frac{5}{7}$ дол.
 500) а. 13 ф., б. 34 ф., в. 35 ф.,
 г. $30\frac{2}{5}$ ф., д. 26 ф., е. 65 ф.,
 ж. 12 ф.
 501) а. 7 вер., б. 10 вер.,
 в. 12 вер., г. $11\frac{3}{7}$ вер.,
 д. $11\frac{1}{3}$ вер., е. 122 вер.
 ж. $87\frac{7}{5}$ вер.
 502) а. 441 саж., б. 468 саж.,
 в. 444 саж., г. $472\frac{2}{3}$ саж.,
 д. $359\frac{3}{5}$ саж., е. 814 саж.,
 ж. $1351\frac{2}{3}$ саж.
 503) а. 13 л., б. 14 л., в. 20 л.,
 г. $18\frac{6}{7}$ л., д. $18\frac{8}{11}$ л.,
 е. 117 л., ж. $161\frac{5}{11}$ л.
 504) а. 75 чр., б. $77\frac{1}{3}$ чр.,
 в. $347\frac{1}{11}$ чр.
 505) а. $311\frac{1}{9}$ шт., б. $373\frac{1}{3}$ шт.,
 в. $2909\frac{1}{11}$ шт.

- 506) а. 40 гар., б. $40\frac{8}{11}$ гар.,
в. $216\frac{8}{3}$ гар.
- 507) а. 150 дн., б. 252 дн.,
в. $874\frac{2}{7}$ дн.
- 508) а. 3360 зол., б. $6776\frac{8}{7}$ зол.,
в. $14933\frac{1}{3}$ зол.
- 509) а. $61\frac{1}{4}$ ш., б. 784 ш.,
в. 720000 ш.
- 510) а. 360 ш., б. 224 ш.,
в. 240 ш.
- 511) а. 5 чк. $5\frac{5}{4}$ г., б. 6 чк. 4 г.,
в. 20 чк. $6\frac{2}{3}$ гр.
- 512) а. 8 дю., б. 8 дю. $6\frac{5}{7}$ ш.
в. 9 дю. 4 шт.
- 513) а. 214 саж. 2 ф., б. 277 саж.,
 $5\frac{4}{9}$ ф., в. 2625 саж.
- 514) а. 28 ф., б. 10 ф. $87\frac{3}{11}$ з.
в. 350 ф.
- 515) а. 24 мин., б. 33 мин. 45 сек.,
в. 1028 мин. $34\frac{2}{7}$ сек.,
г. 886 мин. $9\frac{3}{13}$ сек.,
д. 403200 мин., е. 396423 м.
 $31\frac{1}{4}$ сек.
- 516) а. $373\frac{1}{2}$ коп., б. $1315\frac{3}{4}$ коп.
- 517) а. $53000\frac{3}{4}$ дол.
б. $741521\frac{1}{6}$ дол.
в. $1105993\frac{3}{5}$ дол.
г. $3693829\frac{1}{8}$ дол.
- 518) а. $347\frac{1}{2}$ сек.
б. $1141217\frac{3}{5}$ сек.
в. $9076759\frac{1}{4}$ сек.
- 519) а. 379 гар., б. $226\frac{2}{11}$ гар.,
в. $876\frac{2}{3}$ гар.
- 520) а. 1408 ф., б. $3953\frac{1}{3}$ ф.
- 521) а. 12048 ф., б. 153912 ф.
- 522) а. 49740 мин. б. 44325 мин.
- 523) 24286 вершк.
- 524) а. $511\frac{1}{3}$ дю., б. $211156\frac{4}{7}$ дю.
- 525) а. 330 мин., б. 6120 мин.,
в. $2819\frac{5}{8}$ мин.
- 526) а. $1\frac{3}{4}$ р., б. $7\frac{9}{20}$ р., в. $3\frac{1}{4}$ р.,
г. $3\frac{64}{100}$ р., д. $4\frac{3}{100}$ р. е. $1\frac{1}{60}$ р.
ж. $5\frac{3}{100}$ р., з. $7\frac{33}{1000}$ р.
- 527) а. $1\frac{1}{10}$ вед., б. $1\frac{9}{10}$ вед.,
в. $1\frac{7}{10}$ вед., г. $1\frac{1}{3}$ вед.,
д. $1\frac{1}{6}$ вед., е. $2\frac{7}{10}$ вед.,
ж. $1\frac{1}{15}$ вед.
- 528) а. $1\frac{3}{10}$ шт., б. $1\frac{7}{10}$ шт.,
в. $1\frac{9}{10}$ шт., г. $5\frac{3}{10}$ шт.,
д. $1\frac{3}{10}$ шт., е. $1\frac{8}{10}$ шт.,
ж. $2\frac{1}{10}$ шт.
- 529) а. $\frac{3}{8}$ чт., б. $\frac{5}{8}$ чт., в. $\frac{7}{8}$ чт.,
г. $1\frac{5}{8}$ чт., д. $4\frac{5}{8}$ чт., е. $1\frac{5}{36}$ чт.,
ж. $7\frac{7}{80}$ чт., з. $1\frac{1}{28}$ чт.
- 530) а. $\frac{1}{4}$ чк., б. $\frac{3}{8}$ чк., в. $\frac{5}{8}$ чк.,
г. $1\frac{1}{4}$ чк., д. $6\frac{7}{4}$ чк.,
е. $1\frac{7}{10}$ чк., ж. $1\frac{1}{44}$ чк.,
з. $1\frac{1}{36}$ чк.
- 531) а. $1\frac{1}{2}$ гр., б. $1\frac{7}{2}$ гр.,
в. $1\frac{5}{2}$ гр., г. $1\frac{5}{8}$ гр.,
д. $1\frac{3}{4}$ гр., е. $\frac{3}{56}$ гр.,
ж. $7\frac{3}{80}$ гр.
- 532) а. $1\frac{5}{2}$ г., б. $1\frac{1}{2}$ г., в. $1\frac{7}{2}$ г.,
г. $9\frac{5}{6}$ г., д. $1\frac{7}{8}$ г., е. $4\frac{7}{2}$ г.,
ж. $1\frac{5}{44}$ г.
- 533) а. $8\frac{3}{8}$ ф., б. $9\frac{1}{8}$ ф., в. $11\frac{7}{8}$ ф.,
г. $20\frac{5}{64}$ ф., д. $24\frac{9}{100}$ ф.,
е. $8\frac{1}{1}$ ф., ж. $1\frac{421}{1440}$ ф.
- 534) а. $\frac{6}{7}$ с., б. $\frac{5}{7}$ с., в. $1\frac{5}{7}$ с.,
г. $8\frac{5}{9}$ с., д. $8\frac{2}{3}$ с., е. $\frac{3}{7}$ с.,
ж. $3\frac{2}{3}$ с.
- 535) а. $1\frac{1}{10}$ ст., б. $2\frac{9}{10}$ ст., в. $2\frac{7}{10}$ ст.,
г. $1\frac{8}{10}$ ст., д. $1\frac{8}{10}$ ст.,
е. $1\frac{8}{10}$ ст., ж. $2\frac{3}{10}$ ст.

- 536) а. $\frac{2782}{10480}$ ф., б. $\frac{2872}{3072}$ ф.,
в. $\frac{8057}{20480}$ ф.
- 537) а. $3\frac{1}{4}$ вер., б. $\frac{108}{3325}$ вер.,
в. $\frac{97243}{12250}$ ф.
- 538) а. $14\frac{1}{8}$ с., б. $\frac{26}{33}$ с.,
в. $2\frac{29}{35}$ с.
- 539) а. $6\frac{1}{8}$ гр., б. $\frac{1}{4}$ гр.
- 540) а. $\frac{43}{4}$ чт., б. $\frac{311}{2}$ чт.
- 541) а. $\frac{947}{1440}$ дн., б. $\frac{33711}{3840}$ дн.
- 542) а. $\frac{3333}{30}$ н., б. $\frac{113613}{30}$ н.
- 543) а. $\frac{31}{2}$ с., б. $\frac{32}{3}$ с.
- 544) а. $\frac{67}{240}$ ст., б. $\frac{1397}{3840}$ ст.
- 545) а. 1 бер. 5 пд. 25 ф. 93 зл.
 $17\frac{3}{8}$ д., б. 2 пд. 1 ф. 4 зл.
 $78\frac{3}{8}$ дл.
- 546) а. 165 вер. 182 с. 1 ар.
6 вер., б. 26 вер. 324 с.
1 ар. $10\frac{1}{3}$ вер.
- 547) а. 95 гр. 7 дюж. $\frac{7}{9}$ шт.,
б. 53 гр. 1 дюж. $4\frac{2}{3}$ шт.
- 548) а. 15 ст. 14 дс. $12\frac{9}{14}$ л.
б. 7 ст. 13 дс. $12\frac{1}{4}$ л.
- 549) а. 136 р. $59\frac{3}{8}$ к. б. 17 р.
 $86\frac{1}{3}$ коп.
- 550) $6\frac{1}{4}$ д.
- 551) 2 чт., 4 чт. 2 гр.
- 552) 1462 р. $42\frac{1}{2}$ коп.
- 553) 2 п. 37 ф. 18 зл.
- 554) 456750 р.
- 555) $94\frac{1}{4}$ чт.
- 556) 2 п. $16\frac{529}{28}$ ф.
- 557) 151 п. 25 ф. $72\frac{1}{2}$ зл.
- 558) $38\frac{1}{8}$ арш.
- 559) 18470 с.; 55410 ар.;
129290 ф.
- 560) $109\frac{13}{128}$ чт.
- 561) 11 л. 1 мѣс. 27 дн. $4\frac{1}{4}$ ч.
- 562) 1 бер. 2 п. 12 ф. $49\frac{1}{4}$ зл.
- 563) $3\frac{521}{960}$ вер.
- 564) а. 11 бер. 9 п. 6 фнт. $94\frac{1}{2}$ зл.
б. 222 ст. 17 д. $4\frac{1}{4}$ л.
в. 80 л. 264 д. $9\frac{3}{4}$ ч.
г. 28 л. 7 мѣс. 25 д. $10\frac{3}{4}$ час.
д. 395 саж. 3 ф. $11\frac{3}{8}$ д.
- 565) а. 1 руб. $71\frac{3}{8}$ коп.
б. 2 вер. 77 саж. 2 арш.
 $15\frac{5}{7}$ вер.
в. 4 чк. $\frac{3}{4}$ гр.
г. 30 вед. $1\frac{5}{2}$ чр.
- 566) а. 7 мѣс. 6 дн. $6\frac{1}{3}$ м.
б. 11 ф. 10 зл. $66\frac{2}{3}$ дл.
в. 2 п. 36 ф. 67 зл. $19\frac{3}{4}$ дл.
г. 1 ст. 2 д. $16\frac{1}{2}$ л.
- 567) а. 1 р. $83\frac{3}{4}$ коп.
б. 1 саж. $15\frac{5}{12}$ вер.
в. 1 чт. 3 чк. $1\frac{3}{4}$ гр.
г. 2 вед. 24 шт. $1\frac{2}{3}$ чр.
- 568) а. 1 бер. 2 п. 20 ф. $2\frac{1}{4}$ зл.
б. 3 ф. 47 зл. $41\frac{3}{5}$ дл.
в. 11 ч. 10 м. $4\frac{1}{3}$ сек.
г. 1 ст. 2 д. $12\frac{5}{8}$ л.
- 569) а. 121 р. $15\frac{5}{8}$ коп.
б. 5 вер. 364 саж. $1\frac{5}{8}$ ар.
в. 84 саж. 4 ар. $4\frac{1}{3}$ вер.
г. 7 чт. 1 чк. $3\frac{57}{84}$ гр.
д. 7 б. 2 вед. 5 шт. $\frac{1}{4}$ чр.
- 570) а. 9 б. 7 п. 34 ф. $87\frac{9}{32}$ зл.
б. 26 ф. 64 зл. $\frac{4}{45}$ дл.
в. 16 ст. 10 д. $12\frac{9}{4}$ л.
г. 32 г. 10 мѣс. 17 д. 58 м.
д. 6 мѣс. 26 д. 6 ч. $1\frac{3}{8}$ с.

- 571) а. 62 р. $47\frac{4}{5}$ коп.
 б. 350 р. $27\frac{11}{12}$ коп.
 в. 69 бер. 8 п. 7 ф. 37 зл.
 г. 94 п. 67 ф. 8 зл. $75\frac{2}{3}$ дол.
 д. 45 вер. 295 с. 5 арш.
 $3\frac{3}{4}$ вер.
- 572) а. 117 вер. 255 с. 4 ф. $7\frac{1}{8}$ д.
 б. 1320 чт. 1 чк. 3 гар.
 в. 80 л. 1 м. 5 час. $20\frac{2}{3}$ мн.
 г. 745 м. 26 дн. 12 час.
 6 м. $40\frac{1}{8}$ с.
 д. 820 ст. 9 дес. $7\frac{2}{8}$ л.
- 573) а. 21 р. 75 коп.
 б. 33 вер. 472 с. 1 ф. 6 д.
 8 л.
 в. 7030 с. 1 арш. $11\frac{3}{11}$ в.
 г. 58 чт. 2 чк. $7\frac{9}{11}$ г.
- 574) а. 69 чк. 7 гар.
 б. 35 бочк. 19 вед. $1\frac{7}{8}$ ш.
 в. 26 чк. $6\frac{2}{5}$ гар.
 г. 56 мѣс. 1 д. 12 ч.
- 575) а. 14 вер. 369 саж. 3 вер.
 б. 108 саж. 1 арш. $11\frac{3}{5}$ в.
 в. 47 чт. 7 чк. $4\frac{4}{7}$ г.
 г. 3 б. 28 вед. $9\frac{9}{10}$ ш.
- 576) а. 55 л. 1 мѣс. 17 дн. 17 час.
 б. 25 бер. 9 п. 21 ф.
 88 зол.
 в. 248 ф. 9 зол. 86 дл.
 г. ?
- 577) а. 2 руб. $21\frac{3}{4}$ коп.
 б. 1 вед. 7 шт. 1 чр.
 в. 1 чт. 7 чк. $7\frac{1}{2}$ гр.
 г. 1 вер. 227 саж. 1 арш.
 $8\frac{1}{4}$ вер.
- 578) а. 3 п. 37 ф. 63 зл. $1\frac{2}{3}$ дл.
 б. 8 м. 28 дн. 14 час. $43\frac{1}{3}$ м.
 в. 14 д. $10\frac{1}{11}$ л.
 г. 5 дюж. $1\frac{6}{8}$ шт.
- 579) а. 27 р. 84 коп.
 б. 46 чт. 1 чк. 6 гр.
 в. 78 вед. 3 гар.
 г. 7 вер. 259 с. 1 ар. 12 вер.
- 580) а. 36 п. 38 ф. 48 зл. 79 дл.
 б. 42 м. 18 час. 16 м.
 в. 89 ст. 7 д. 15 л.
 г. 39 гр. 10 д. 4 шт.
- 581) а. 95 р.
 б. 106 чт. 2 чк. $3\frac{1}{4}$ гар.
 в. 82 бочк. 10 вед. 9 шт.
 $1\frac{3}{10}$ чк.
 г. 199 вед. 51 саж. 1 ар.
 13 верш.
- 582) а. 23 р. $\frac{2}{3}$ коп.
 б. 19 боч. 1 вед. 2 шт.
 в. 44 чт. 4 чк. $1\frac{2}{3}$ гар.
 г. 9 с. 2 ар. $12\frac{2}{3}$ в.
- 583) а. 18 бер. 1 п. 13 ф. $75\frac{6}{5}$ зл.
 б. 9 л. 7 мѣс. 1 час. $44\frac{3}{4}$ м.
 в. 16 ст. 2 д. $20\frac{3}{4}$ л.
 г. 19 гр. 8 д. $10\frac{1}{2}$ шт.
- 584) а. 9 р. $57\frac{3}{8}$ коп.
 б. 5 б. 23 в. 9 ш. $7\frac{4}{5}$ чр.
 в. 17 чт. 4 чк. $6\frac{1}{2}$ гр.
 г. 380 с. 2 ар. $14\frac{2}{3}$ вер.
- 585) а. 1 бер. 1 п. 36 ф. $49\frac{1}{8}$ зл.
 б. 8 м. 22 дн. $13\frac{1}{11}$ час.
 в. 10 д. 12 ч. $6\frac{1}{6}$ сек.
 г. 2 саж. 1 ф. $2\frac{2}{6}$ дю.
- 586) 20
- 587) 60

- 588) $21\frac{2}{5}$
 589) $2\frac{7}{3}$
 590) 5
 591) $\frac{1}{5}\frac{3}{8}\frac{1}{5}\frac{3}{8}$
 592) $\frac{3}{5}\frac{6}{12}\frac{7}{4}\frac{0}{1}$
 593) $\frac{1}{2}$
 594) $\frac{1}{5}$
 595) $3\frac{1}{3}\frac{0}{0}\frac{9}{0}\frac{1}{8}$
 596) 132 р. $74\frac{3}{4}$ коп.
 597) 3 р. $38\frac{8}{9}$ коп.
 598) $193\frac{3}{4}$
 599) $168\frac{7}{12}$ р.
 600) 1 час. 21 м.
 601) 440 чел.
 602) $27\frac{5}{4}$ ф.
 603) $11\frac{5}{8}\frac{3}{2}$ час.
 604) $38\frac{1}{2}$ р.
 605) 14 ч. 10 м.
 606) 1 р. $71\frac{2}{1}$
 607) 80 шт.
 608) $8\frac{1}{10}$ гар.
 609) $19\frac{1}{4}\frac{1}{2}$ чк.
 610) 7 ф.
 611) 40 д.
 612) $68\frac{4}{7}$ чт.; $91\frac{3}{7}$ чт.; $313\frac{1}{2}$ руб.
 613) $10\frac{2}{3}$ арш.
 614) 21 р. 43 к.
 615) 36 хл.
 616) $123\frac{1}{2}$ л.
 617) 200 жен.
 618) матери 14000 р.;
 сыну 10500 руб.;
 дочери 16800 р.
 619) 5 час.
 620) 84 р. $15\frac{1}{2}$ коп.
 621) 17 р. 46 коп.
 622) 6 л. $\frac{2}{3}$ зол.
 623) 2 р. 40 коп.
 624) 2527 руб.
 625) 232 р. $7\frac{1}{4}$ коп.
 626) $1822\frac{1}{2}$ вер.
 627) $494\frac{2}{17}$ пуд.
 628) $7\frac{1}{3}$ ф.
 629) 18 час.
 630) 24180 руб.
 631) 7 р.
 632) 1 м. $4\frac{1}{2}$ сек.
 633) 7 п. $2\frac{5}{7}$ ф.; 4 п. $37\frac{1}{4}$ ф.
 634) 132 арш.
 635) 5 р. 50 к.
 636) 1 р. $38\frac{1}{2}$ коп.
 637) 140 руб.; 128 руб.;
 $146\frac{2}{3}$ руб.
 638) $23\frac{2}{6}\frac{3}{3}$ вер.
 639) 1 дн.
 640) 50 к.; 2 р.
 641) 1 п. $10\frac{1}{2}\frac{0}{3}$ ф., 1 п. $35\frac{1}{2}\frac{5}{2}$ ф.,
 $18\frac{2}{3}\frac{1}{3}$ ф.
 642) $124\frac{3}{8}\frac{0}{0}$ вед.
 643) 2 р., 7 р.
 644) 366 ябл.
 645) 711 человекъ
 646) $9\frac{4}{5}$
 647) $23\frac{1}{2}\frac{3}{5}$ пуд.
 648) 25 вер.
 649) $105\frac{3}{4}$ ар. шелк. и $15\frac{3}{4}$ ар.
 барх.
 650) 4 р. 50 коп.
 651) $3\frac{1}{8}$ ар. $11\frac{3}{8}$ р.
 652) 5 руб. $9\frac{7}{10}$ ар.
 653) I 406, II 290.
 654) $94\frac{3}{8}$ р., $37\frac{3}{4}$ р.
 655) 12 дней.
 656) $358\frac{2}{4}$ руб.
 657) 24
 658) $18\frac{3}{5}$


- 659) 54
660) 30 лѣтъ
661) 66 десяти́нь
662) $66\frac{1}{2}$
663) 83 руб.
664) 46 лѣтъ
665) $42\frac{1}{2}$ коп.
666) $78\frac{5}{8}$
667) 715
668) 11 коп.
669) $1545\frac{9}{10}$ руб.
- 670) III 211, II $236\frac{2}{5}$, I 257.
671) $328\frac{1}{2}$
672) 260 руб.
673) 1395
674) $4\frac{1}{2}$ руб.
675) I. $78\frac{1}{2}\frac{9}{10}$, II. $17\frac{1}{2}\frac{1}{10}$
676) $2\frac{2}{5}$ руб.
677) $\frac{1}{4}$ пуда
678) $74\frac{1}{4}$ в.
679) 14976 руб.
- 

Таблица русскихъ мѣръ.

1) Мѣры цѣны:

- а) Серебряная монѣта: рубль = 100 коп., четвертакъ (25 коп.), двугривенный (20 коп.), пятиалтынный (15 коп.), гривенникъ (10 коп.), пятачекъ (5 коп.).
- б) Золотая монѣта: имперіаль (10 руб. 30 коп. на серебряныя деньги), полуимперіаль (5 руб. 15 коп. на серебряныя деньги).
- в) Мѣдная монѣта: въ 5 коп., въ 3 коп., въ 2 коп., въ 1 коп., въ полкопейки (денежка) и въ четверть копейки (полушка).
- г) Бумажныя деньги или кредитныя билеты: въ 100 руб., 25 руб., 10 руб., 5 руб., 3 руб. и 1 рубль.

2) Мѣры длины:

миля = 7 верстамъ,
верста = 500 саженьмъ,
сажень = 3 аршинамъ,
аршинъ = 16 вершкамъ,

сажень = 7 футамъ,
футъ = 12 дюймамъ,
аршинъ = 28 дюймамъ,
дюймъ = 10 линіямъ.

3) Мѣры сыпучихъ тѣлъ:

Ластъ = 12 четвертямъ,
четверть = 8 четверикамъ,
четверть = 2 осьминамъ,
осьмина = 4 четверикамъ,
четверикъ = 8 гарнцамъ.

4) Мѣры вѣса:

Берковецъ = 10 пудамъ,
пудъ = 40 фунтамъ,
фунтъ = 32 лотамъ,

фунтъ = 96 золотникамъ,
лотъ = 3 золотникамъ,
золотникъ = 96 долямъ.

5) Мѣры жидкихъ тѣлъ:

Бочка = 40 ведрамъ,
ведро = 10 штофамъ или кружкамъ,
штофъ = 10 чаркамъ или 2 полуштофамъ,
полуштофъ или бутылка = 5 чаркамъ.

6) Мѣры аптѣкарскаго вѣса:

Аптѣкарскій фунтъ = 12 ѱнціямъ,
ѱнція = 8 драхмамъ,
драхма = 3 скрѹпуламъ,
скрѹпуль = 20 грана́мъ.

7) Мѣры бума́ги:

Стопа́ = 20 де́сятямъ, десть = 24 листа́мъ.

8) Мѣры числа́ предме́товъ, продава́емыхъ поштѹчно:

Гроссъ = 12 дюжина́мъ,
дюжина́ = 12 предме́тамъ или штѹкамъ.

9) Мѣры вре́мени:

Годъ = 12 мѣсяцъ = 52 недѣлямъ = 365 (366) днямъ,
недѣля́ = 7 днямъ (т. е. сѹткамъ).
сѹтки = 24 часа́мъ.
часъ = 60 мину́тамъ,
минута́ = 60 секѹнда́мъ.

10) Мѣры пове́рхностей:

Квадр. ми́ля = 49 квадр. верст.
" верста́ = 250,000 квадр. саж.,
" саж. = 9 квадр. арш.,
" " = 49 " фут.,
" аршинъ = 256 квадр. верш.,
" футъ = 144 квадр. дюйм.,
" дюймъ = 100 квадр. лин.,
десяти́на = 2400 квадр. сажѣнямъ.

11) Мѣры объѣмовъ:

Кубъ, сторона́ котораго = 1 квадр. саж., называется куб. саж.
куб. саж. = 27 куб. аршина́мъ,
куб. аршинъ = 4096 куб. вершка́мъ,
куб. сажень = 343 куб. фута́мъ,
куб. футъ = 1728 куб. дюйма́мъ,
куб. дюймъ = 1000 куб. ли́нїямъ.



Подъ моимъ изданіемъ

*Фишманъ, русская грамота . . .	
" словарь русско-нѣмц.	
* " русская грамота съ русс.	
** " сборникъ примѣровъ для обученія нѣм. ариметики, 2-ое изд.	10
** " краткое руководство ариметики и сборн. аримет. задачъ, I ч., 4-ое изд.	20
** " краткое руководство ариметики и сборн. аримет. задачъ, II ч., 3-е изд., III ч., 2-ое изд.	20, 25
" краткое руководство ариметики и сборн. аримет. задачъ, IV и V ч.	по 25
Таблица умноженія на отдѣльномъ листѣ	3
Образцы и формы довѣренностей, прошеній, заявленій, отзывовъ, частныхъ и апелляционныхъ жалобъ, и пр.	60
Абрамовъ, сборникъ узаконеній о мировыхъ судебныхъ установленіяхъ	125
Русско-нѣмецкій словарь къ I части Вольпера	10
" " ко II " "	20
" " къ III " "	30
Русско-латышскій словарь къ I части Вольпера	10
" " ко II и III ч. "	по 20
Воскресенскій, краткая отечественная исторія	30
Миллеръ, русская грамматика	90
Григорьевъ, азбучка съ карт. (безъ переплета)	20
" русская этимологія (безъ переплета)	15
Исповѣдь Песталоцци, составилъ Воскресенскій	50
Краузе, снѣгурочка	30
Местъ невольника, разсказъ	10
Нортіакъ, предводитель Оттавъ	10
Покагонтасъ, индѣйская принцесса	10
Кинжалъ малайца или охотникъ на тигровъ	10
Breilich, J. Zubrtnefa palihgā, eefecta	280
Grigorowa, Kristaps Kolumbus. Tultojis J. Kristofans	10
Wilibalds, W., kas ušwareš? Stahjis	60
Siļojewa, Dīšemfa Garjilda dīhwe. Pehz Teiera tultojis J. Kristofans	35
Шафрановъ, таблица предложеній	20
Pantentis, Paḡahtnez walḡōš. Romanš. Tult. no Aronu Matifa	80
Hoffmanns, Abrams Rinkolns. Tult. Raube	20
Donawas pahrēščana 1877 gadā	8
Iwanš Sufanins, ka winšč ušupurejis dīhwoibu preešč Zara. Tult.	
u. Treulands	10
Raiminšč, wadonš pareiščakstiba	20
Dr. Esperanto, Starptautiķa waloda, Saštajibis Rībels	60
Silja, Dr. Martina Luterā majais faktiķmis	30
Wihtuķ, J. Garigš wadonš ūkolāš behrneem	15
" Majais padomneķs	5
Majais Dr. M. Luterā faktiķmis	5
Ralninšč, latweešču walodaš mahjiba	30

*) Рассмотрѣна Попечительскимъ Совѣт. Дерптскаго Учеби. Округа и допущена къ употребленію въ начальныхъ училищахъ.

**) Одобрены Учен. Ком. Министерства Народн. Просвѣщенія.